

midas MeshFree

**심화(비선형) 교육**



# 비선형정적해석

# 고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념

## 강성 (stiffness)

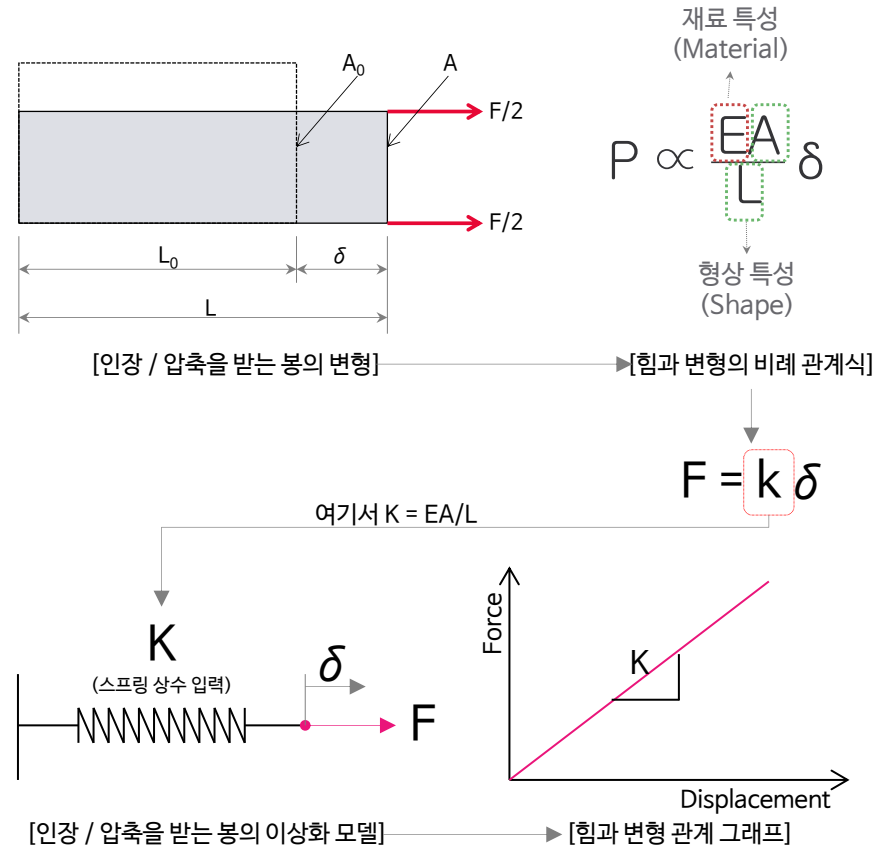
어떤 물체가 힘을 받을 때, 모양이나 부피 변형에 대해 저항하려는 성질

재료에 외부에서 변형을 가할 때 그 재료가 주어진 변형에 저항하는 정도를 수치화한 것으로 이를 표현할 때에는 단위 변형에 대한 외력의 값으로 나타냅니다. 구조물의 재질이 갖는 강성특성(Young's Modulus 등)과 형상(모양)이 갖는 강성특성(단면계수 등)에 의하여 결정되는 구조물의 실질적 강성이다.

기본적으로 구조물에 힘이 작용하는 경우, 대상 구조물의 변형은 강성에 비례하고 이를 선형적으로 변형한다고 합니다. 변형이 미소하거나, 재료가 탄성영역에 있는 경우에는 대부분 선형적인 변화를 나타내지만, 대변형이 발생하거나, 재료가 소성영역으로 진입하는 경우에는 강성이 변화합니다. 이런 강성의 변화는 힘이 작용하는 경우 변형이 비선형적으로 나타나게 됩니다.

구조 해석을 수행하는 경우 선형 해석과 비선형 해석의 구분은 하중이 작용하는 경우 변형이 선형적으로 변하는지 아니면 비선형적으로 변하는지를 기준으로 구분하며, 선형적인 경우에는 일정한 강성값을 가지지만, 비선형인 경우에는 강성이 변화하게 됩니다.

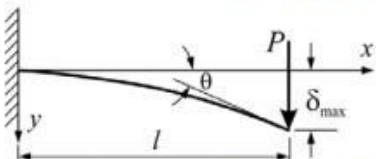
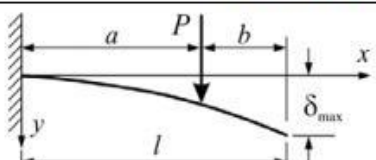
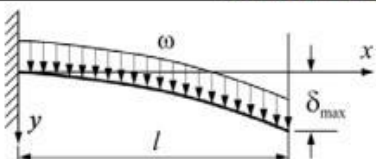
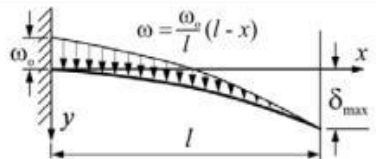
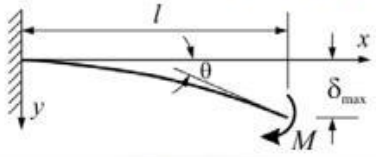
강성을 구하는 방법은 일반적으로 "고체 역학"에 기술되어 있는 처짐 방정식을 이용하여 산정이 가능합니다. 계산된 강성값은 스프링 요소로 이상화하여 간략한 모델로 구성하여 변형량을 구할 수 있습니다. 이러한 이상화 과정은 대규모 모델을 해석하거나, 해석 시간이 많이 소요되는 비선형 정적 해석 또는 선형 동해석 수행 시 적용될 수 있습니다.



# 고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념

모든 처짐 공식은  $F=Kd$ 로 표현됩니다.

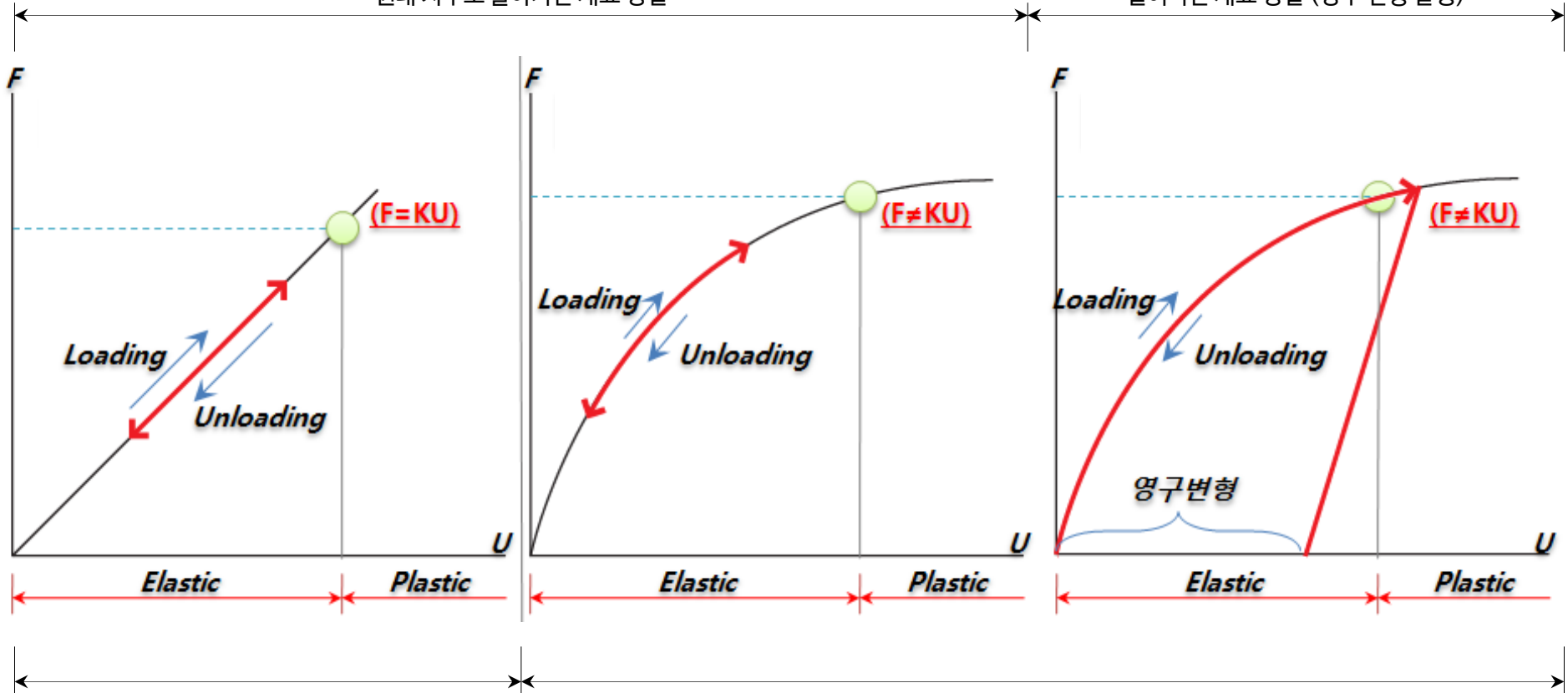
즉, 힘과 변형의 관계를 알면 복잡한 모델도 스프링 모델과 강성값만으로 표현이 가능합니다.

BEAM TYPE	SLOPE AT FREE END	DEFLECTION AT ANY SECTION IN TERMS OF $x$	MAXIMUM DEFLECTION
1. Cantilever Beam – Concentrated load $P$ at the free end			
	$\theta = \frac{Pl^2}{2EI}$	$y = \frac{Px^2}{6EI}(3l - x)$	$\delta_{\max} = \frac{Pl^3}{3EI}$
2. Cantilever Beam – Concentrated load $P$ at any point			
	$\theta = \frac{Pa^2}{2EI}$	$y = \frac{Px^2}{6EI}(3a - x) \text{ for } 0 < x < a$ $y = \frac{Pa^2}{6EI}(3x - a) \text{ for } a < x < l$	$\delta_{\max} = \frac{Pa^2}{6EI}(3l - a)$
3. Cantilever Beam – Uniformly distributed load $\omega$ (N/m)			
	$\theta = \frac{\omega l^3}{6EI}$	$y = \frac{\omega x^2}{24EI}(x^2 + 6l^2 - 4lx)$	$\delta_{\max} = \frac{\omega l^4}{8EI}$
4. Cantilever Beam – Uniformly varying load: Maximum intensity $\omega_0$ (N/m)			
	$\theta = \frac{\omega_0 l^3}{24EI}$	$y = \frac{\omega_0 x^2}{120EI}(10l^3 - 10l^2x + 5lx^2 - x^3)$	$\delta_{\max} = \frac{\omega_0 l^4}{30EI}$
5. Cantilever Beam – Couple moment $M$ at the free end			
	$\theta = \frac{Ml}{EI}$	$y = \frac{Mx^2}{2EI}$	$\delta_{\max} = \frac{Ml^2}{2EI}$

# 고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념

**탄성(elastic)**  
하중을 제거할 때  
원래 치수로 돌아가는 재료 성질

**소성(plastic)**  
탄성한도 이상에서 비탄성적인 변형이  
일어나는 재료 성질 (영구 변형 발생)



**선형(linear)**

힘(F)과 변형(U)의 관계가 선형적  
즉, 1차 방정식으로 구성 ( $F = KU$ )

**비선형(Non-linear)**

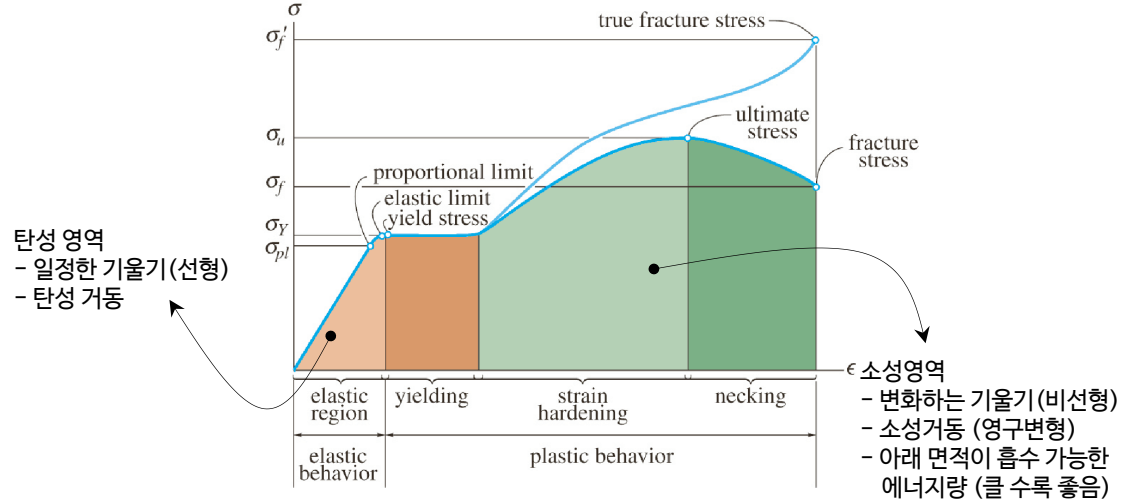
힘(F)과 변형(U)의 관계가 선형적이지 않은 경우  
즉, 1차 방정식으로 구성할 수 없는 경우를 말함 ( $F \neq KU$ )

# 고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념

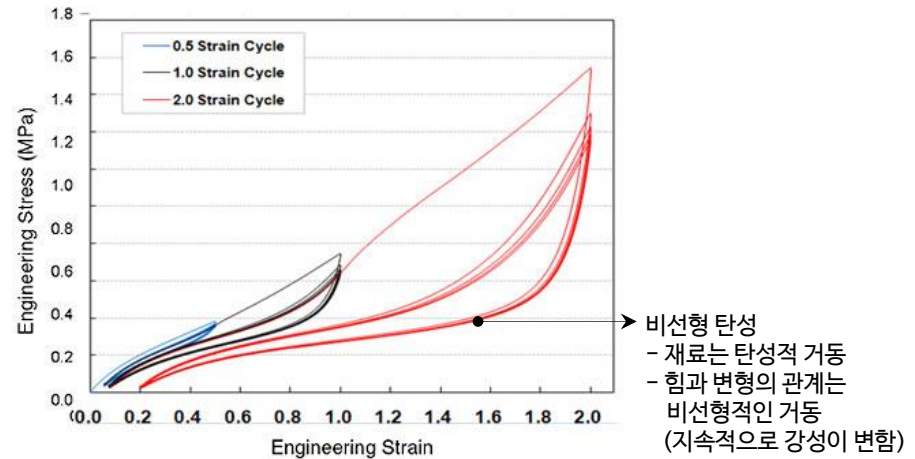
탄성 변형은 어떤 구조물에 힘을 가하여 변형을 시킨 후 힘을 제거하였을 때 원래의 형태로 돌아오는 변형으로 말합니다. 일반적으로 금속 재료의 경우에는 항복 강도 이하의 힘을 받는 경우에 발생합니다. 대략적으로 0.2%의 변형률을 기준으로 탄성 한도를 결정됩니다. 많은 분들이 오해와 착각을 하는 부분은 탄성 재료는 반드시 선형적인 거동을 하는 것으로 이해하고 계십니다. 금속 재료의 경우에는 선형적인 거동을 하는 탄성 비례 한도 내에서만 탄성 변형이 발생하지만, 비선형적인 거동을 하는 재료의 경우에도 탄성적으로 변형이 생기는 경우가 있습니다. 대표적인 재료가 고무와 같은 재료입니다. 전형적인 고무 재료의 경우 힘과 변형의 관계는 하나의 기울기로 표시할 수 없는 비선형적인 변형이 발생합니다.

소성 변형은 어떤 구조물에 힘을 가하여 변형을 시킨 후 힘을 제거하였을 때 원래의 형태로 돌아오지 않고 영구적인 변형이 발생하는 변형을 말합니다. 대부분의 소성 변형은 연성 재료에서 발생합니다. 소성 변형의 영구 변형을 통해 구조물에 가해지는 에너지를 소산 또는 흡수할 수 있는 장점이 있습니다. 이러한 장점 때문에 소성 변형은 충돌이나 낙하가 발생하는 경우, 즉, 설계 제품에 극단적인 하중이 작용하는 경우나, 지진 하중과 같은 과도한 힘이 작용하는 경우 대변형을 통해 에너지를 흡수하여 파단 또는 붕괴를 예방할 수 있습니다. 또한 영구 변형이 발생하기 때문에 가공을 통하여 새로운 형상의 제품을 만들 수도 있습니다. 즉, 판재를 이용하여 강관을 만들 수 있으며, 다양한 성형 가공을 통해 새로운 형상을 만들어 낼 수 있습니다.

탄성은 선형적으로 거동할 수도 있으며, 재료의 특성에 따라 비선형적으로 거동할 수 있습니다. 그리고, 비선형성은 힘이 작용하는 경우에 하나의 강성으로 표현할 수 없는 관계가 발생하는 경우로 정의할 수 있습니다.



연성 재료의 전형적인 응력-변형률 곡선

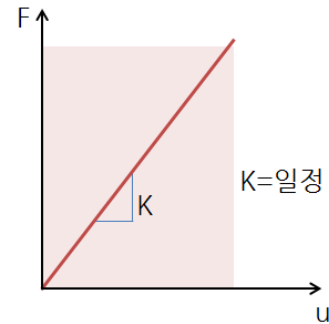


고무재료의 반복하중에 대한 응력-변형률 곡선

## 비선형 현상을 포함하고 있는 구조물은 하중과 변위가 선형 관계에 있지 않음 비선형 구조물의 기본적인 특성은 하중이 변함에 따라 구조물의 강성(K)이 변함

### Linear Analysis

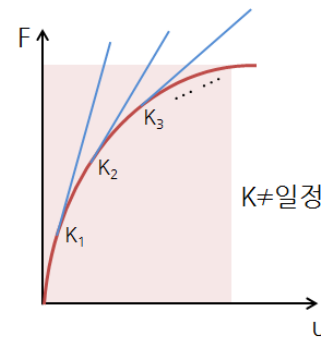
“선형 해석은 구조물에 가해지는 하중과 그에 따른 응답 (변위)이 선형 관계가 있는 것으로 가정합니다. 그러므로 선형 해석에 있어서 구조물의 강성(K)은 항상 일정한 하나의 값을 가지고 해석이 진행되는 동안 변화하지 않습니다. 선형 해석에서는 변형과 변형률이 매우 작고, 응력이 재료의 항복응력 이하에 있다고 가정합니다.”



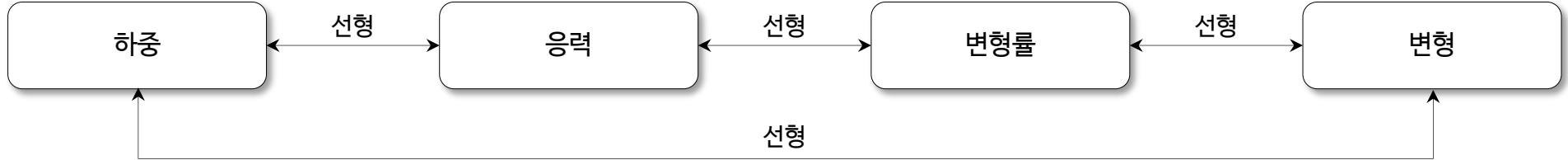
- 일정한 강성 유지
- 미소변형률 (<0.2%), 미소 변형
- 미소회전
- 응력-변형률 관계가 선형

### Nonlinear Analysis

“비선형 해석은 구조물에 가해지는 하중과 그에 따른 응답 (변위)이 비선형 관계가 있는 것으로 정의합니다. 하중이나 변형이 구조물에 작용함으로써 구조물의 강성(K)이 변하는 현상을 비선형 거동이라고 정의합니다. 선형 해석에서 구조물의 강성(K)은 항상 일정한 하나의 값을 가지 해석이 진행되는 동안 변화하지 않는 반면, 비선형 해석의 경우에는 구조물의 강성이 지속적으로 변하게 됩니다. 그러므로 비선형 해석에서는 변화하는 강성(K)을 반복적인 계산을 통하여 최종해를 산정합니다.”



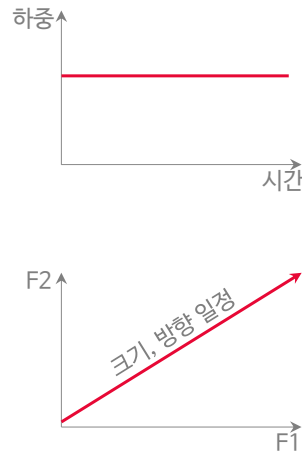
- 강성의 변화
- 기하비선형
- 재료비선형
- 경계비선형



자연상의 문제들은 대부분이 비선형의 성질을 갖고 있으며 거동 또한 동적 거동의 특성을 갖지만 실제로 비선형성의 정도가 약하고 동적 거동의 정도가 미약한 구조물은 선형 정적인 문제로 취급하여 해석에 적용하는 경우가 많습니다. 선형 정적인 문제로 취급할 수 있는 경우는 간단화된 지배 방정식을 이용하여 해석을 수행하게 되므로 해석 시간을 상당히 줄일 수 있게 됩니다. 다음과 같은 3가지 제한 조건을 만족하는 경우에 선형 거동을 유발합니다.

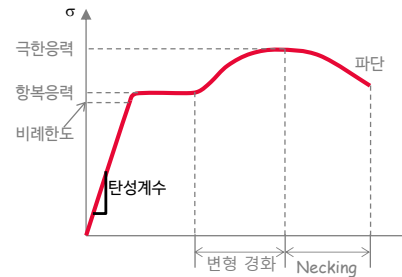
### Slowly Applied Load

선형 거동의 경우에 구조물은 정적 평형 상태를 유지합니다. 따라서 하중을 동적인 효과를 유발하지 않도록 아주 천천히 구조물에 가해지는 것으로 가정합니다. 상기의 가정에 따라 구조물에 작용하는 하중은 관성력 및 감쇠력을 발생시키지 않습니다.



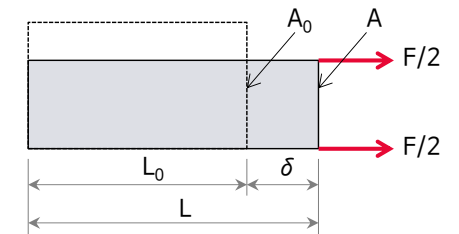
### Linear Elastic Material

재료는 등방성으로 가정하고 재료 내부에는 갭이나 공극이 없는 연속체로 가정되고 일정한 값을 유지합니다. 재료의 특성상 응력과 변형률은 선형적으로 비례하고, 하중은 재료 물성치의 항복점을 넘지 않아 탄성을 유지합니다. 하중이 적용되지 않은 구조물은 초기 또는 잔류 응력이 없는 상태로 가정합니다. 상기의 제한 조건은 대부분의 공학적인 문제를 만족하는 가정입니다.



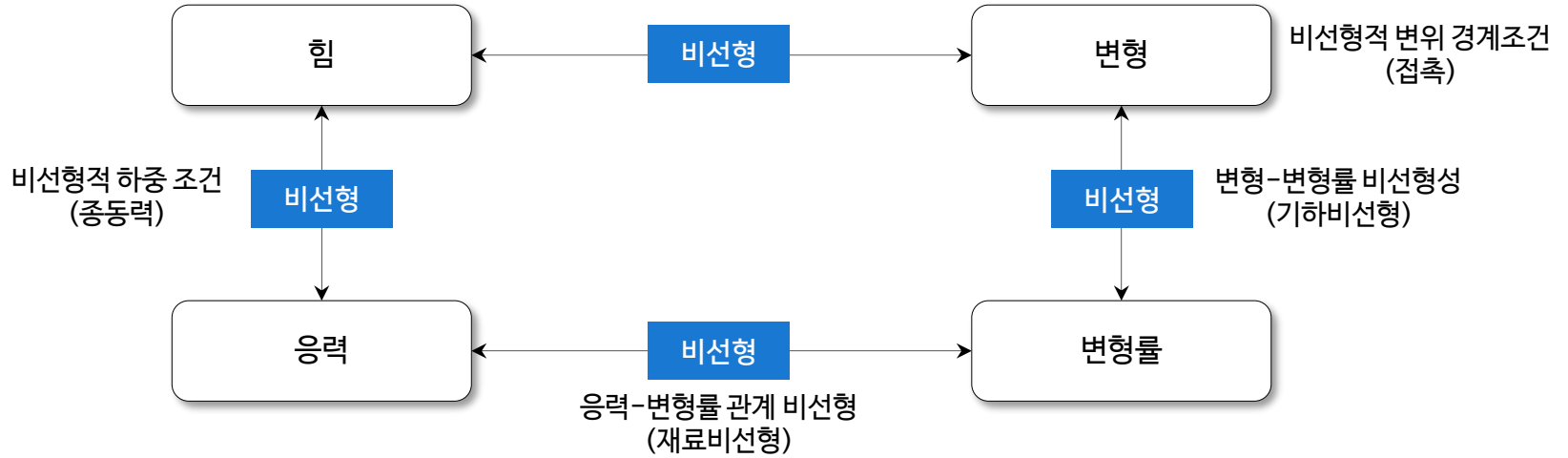
### Small Displacement

선형 거동의 경우에는 하중에 따른 구조물의 응답이 미소하게 발생하는 것으로 가정합니다. 이 가정에 의해 발생하는 변형은 Shell 요소의 경우 두께의 20% 이내, 스패인 작은 구조물의 경우에는 길이의 2% 이내의 범위에서 발생하는 경우로 가정합니다. 대변형, 대회전이 발생하는 경우에는 비선형 해석을 수행합니다.

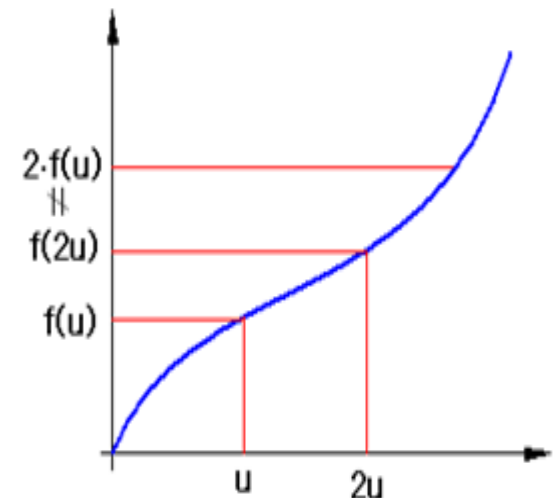
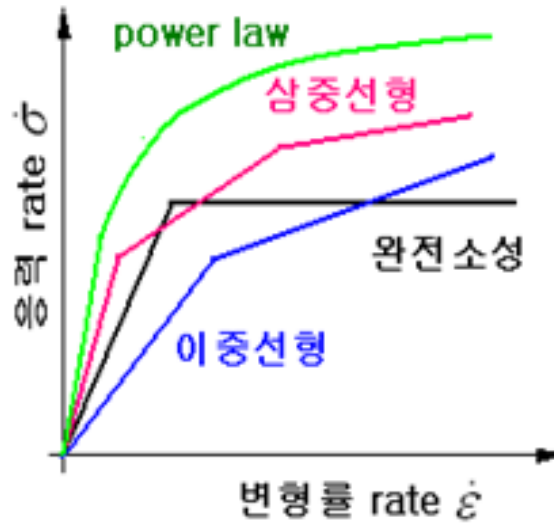


0.2% 변형률?  
 -  $L = 1,000\text{mm}$   
 -  $\delta = 2\text{mm}$

# 비선형 거동



비선형 거동은 구조물에 가해지는 하중과 그에 따른 응답 (변위)이 비선형 관계가 있는 것으로 정의합니다. 즉 선형 거동의 경우에는 단 하나의 강성으로 구조물의 특성을 나타낼 수 있으나 비선형 거동의 경우에는 구조물의 기학적 변형(대변형, 대회전), 재료의 소성 변형, 그리고 경계면의 변화로 인해 구조물의 강성이 변하는 현상이 나타납니다. 이러한 이유로 선형 거동에서 가능한 중첩의 원리가 성립되지 않으며, 물체의 형상, 재료의 물성치, 경계 조건을 고려하여 복잡한 거동을 유발합니다. 하중이나 구조물의 변함으로 인해 단 한번의 수치 계산으로 해를 구할 수가 없습니다.





## 기하비선형

물체의 형상이 과도한 변형을 일으키거나 하중의 방향이 변하는 경우



## 재료비선형

물체의 응력-변형률 관계가 탄성범위를 벗어나거나 비선형적 탄성을 나타내는 경우



## 접촉비선형

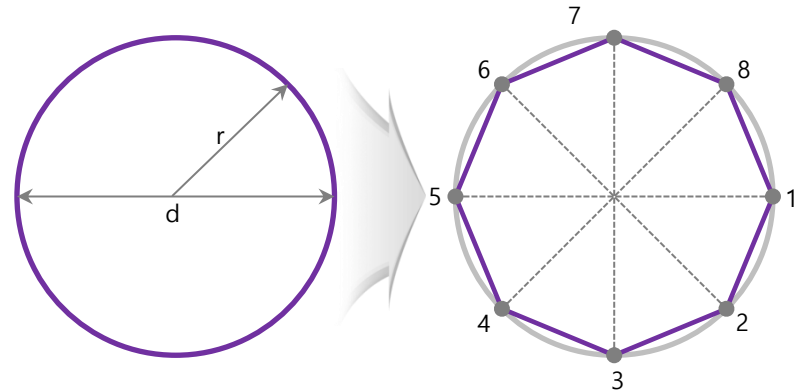
물체의 거동에 따라 물체의 경계조건이 바뀌는 경우

# 비선형 해석 수치해석 방법론

오른쪽의 그림과 같이 원주를 계산해 보는 것을 생각해 보겠습니다. 지금 우리는 원주를 구하는 공식이  $2\pi(r)$  이라는 것을 알고 있습니다. 하지만, 우리가 이 공식을 모르고 오로지 직선 자를 이용해서 원주를 구해야 한다는 것으로 가정해 보겠습니다. 즉, 우리는 자를 이용하여 직선 길이를 측정할 수 있을 뿐입니다.

자를 이용하여 원주를 구하는 방법으로는 오른쪽의 우측 그림과 같이 원을 유한개의 직선으로 분할하여 그 치수를 측정하는 것입니다. 아래 표에 나타낸 것과 같이 분할 개수가 많아 질 수록 원주와 유사한 결과를 나타내며 오차가 감소해져 갑니다.

비선형 해석 수치해석 기법의 기본 원리는 상기의 원주를 구하는 원리와 유사합니다. 우리가 알고 있는 식은 선형해석에서 사용하고 있는  $F=KU$  입니다. 앞에서 말씀드린 직선 자와 같은 역할을 합니다. 즉 실제 구조물은 힘이 작용할 때 비선형적으로 움직이지만, 원주를 구하는 것과 같이 우리가 사용할 수 있는 선형 방정식( $F = KU$ )을 활용할 수 있도록 등간격의 직선으로 분할하여 해석을 진행합니다. 선형 해석의 경우 하중 10을 입력한다고 하면  $F=KU$ 식을 한 번 사용해서 쉽게 결과를 구할 수 있습니다. 이에 반해 비선형 해석을 경우에는 하중 10을 한 번에 입력하여 계산하는 것이 아니라 사용자가 정의한 등분 만큼 분할하여 여러 번 계산합니다. 하중 증분을 10으로 정의한 경우라면 1식 하중을 증가 시키면서 선형방정식에 대입하여 문제를 푸는 방식입니다. 또한 1식 증가할 때 마다 변형된 형상을 고려하여 강성(K)를 재계산하여 해석에 반영합니다. 그러므로 일반적인 선형 해석보다 많은 시간이 소요됩니다.



<반지름 r인 원주 계산>

✓ 이론해 :  $2\pi r$

<등간격의 유한개의 직선으로 분할>

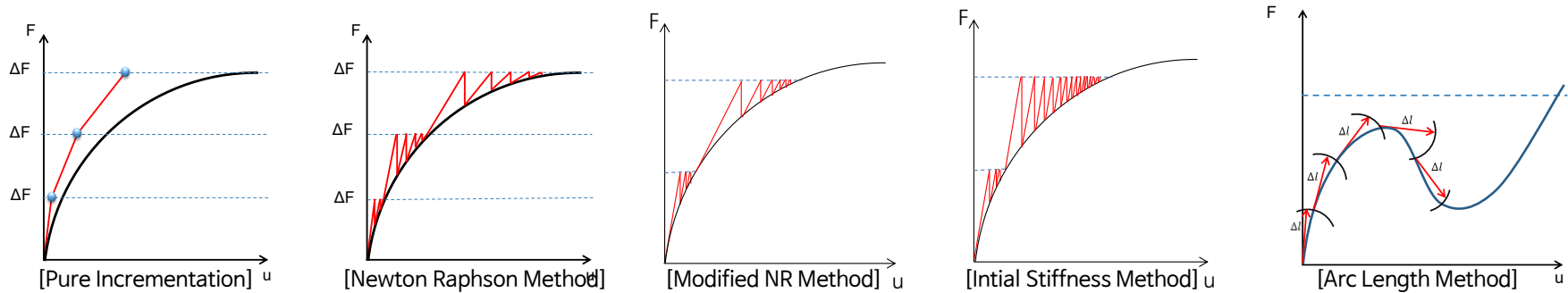
✓ 비선형 수치해석법

요소 개수	유한요소법	오차율 (3.141592653589793)
4	2.828427124746190	9.96837%
8	3.061467458920718	2.55046%
16	3.121445152258052	0.64131%
32	3.136548490545939	0.16056%
64	3.140331156954753	0.04015%
128	3.141277250932773	0.01004%
256	3.141513801144301	0.00251%

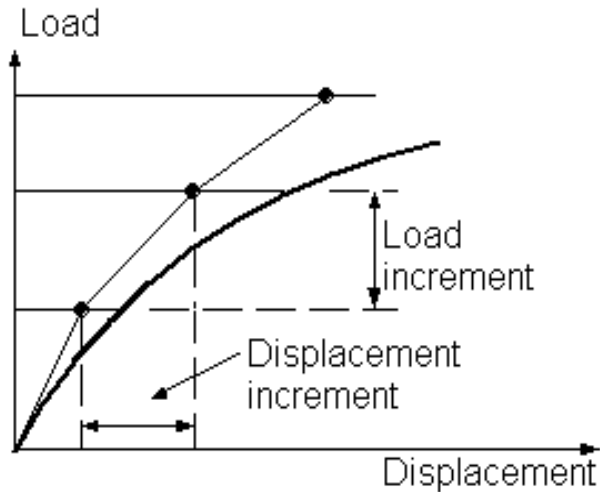
※ 연속체 구조물을 유한개의 직선(이산화 요소)으로 분할하여 근사해를 구하는 방법과 유사

# 비선형 해석 수치해석 주요 기법

비선형 거동의 수치해석 방법론의 핵심사항은 구조물 강성 재평가, 반복 해법(Iteration Method), 하중 증분(Load Increment), 수렴성 평가(Convergence Criteria)라고 할 수 있습니다. 선형해석에서는 계산하고자 하는 미지수와 방정식의 수가 일치하여 연립방정식을 푸는 것과 동일한 방법을 사용합니다. 그러나, 비선형해석에서는 방정식의 수보다 미지수가 더 많기 때문에 미지수를 추정하여 문제를 계산하게 됩니다. 이러한 추정치는 오차 평가가 수행되어 오차 범위 내에 해가 얻어 질 때까지 추정치를 조정하고 다시 해석하는 반복 해법을 사용합니다. 수치해석에서 자주 사용되는 반복 해법은 뉴턴랩슨법(Newton Raphson), 수정뉴턴랩슨법(Modified Newton Raphson), 초기강성법(Initial Stiffness), Arc-Length 법 등이 있습니다. 이러한 수치해석법은 결과의 정확성, 수렴 안정성, 구조물의 특성 등에 따라 적절히 선택하여 사용하도록 합니다.

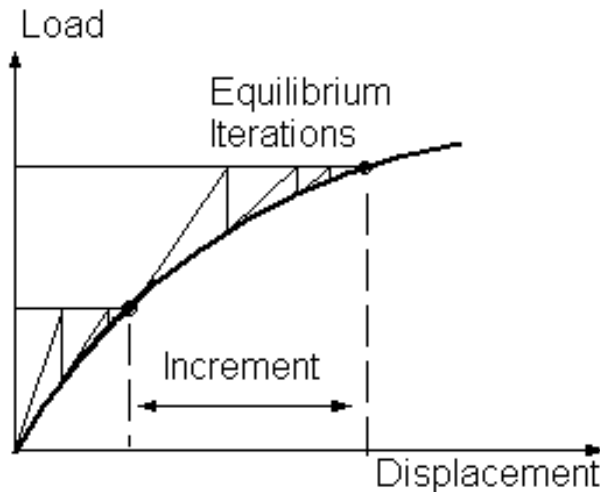


# 비선형 해석 수치해석 주요 기법



## “Pure Incrementation Schemes”

- 하중이 증가되어 적용
- 반복 수정 과정이 없음
- 강성은 하중 증가와 더불어 갱신됨
- 최종적으로 진정한 평형 상태에서 멀어지며 오차 발생



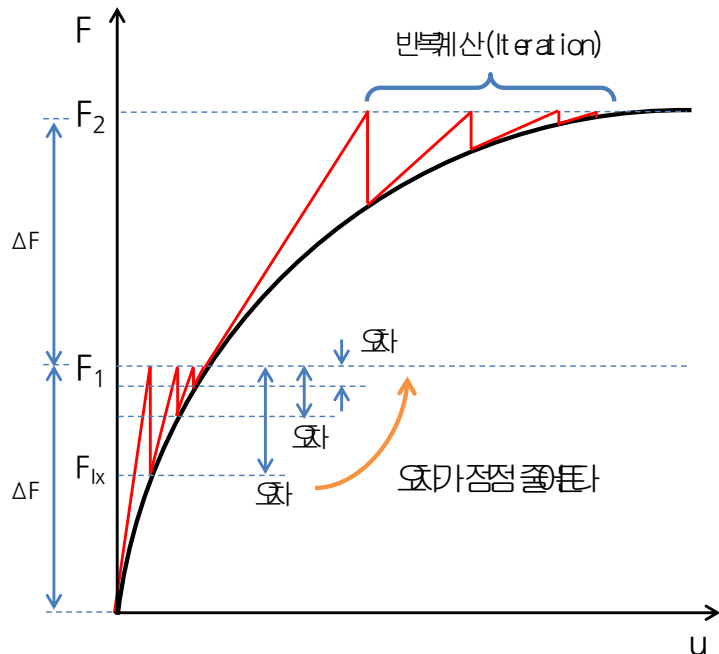
## “Newton Raphson Method”

- 하중이 증가되어 적용
- 하중이 증가되면 정적 평형 상태를 유지하기 위하여 반복 해법(Iteration Method)과 수렴성 평가(Convergence Criteria)를 수행
- 강성은 하중 증가와 더불어 갱신됨

# Newton Raphson Method

$Ax=b$ 라는 행렬방정식에서  $x$ 라는 해를 계산하는 경우를 생각해 보겠습니다. 만일 행렬  $A$ 와  $b$ 가  $x$ 의 함수가 아닌 특정한 숫자들로 구성되어 있다면  $x$ 는  $A$ 의 역행렬(inverse matrix)을 계산하여 쉽게 계산할 수 있습니다. 하지만  $A$ 나  $b$ 가 구하고자 하는  $x$ 에 무관하지 않고  $x$ 에 따라 변하는 값이라면 이야기는 달라집니다. 다시 말해  $x$ 를 알아야  $A$ 나  $b$ 를 결정할 수 있기 때문에 계산이 단순하지 않습니다. 이러한 경우가 바로 비선형(nonlinear) 문제에 해당됩니다.

이러한 비선형 방정식은 한번의 계산으로 해답을 구할 수 없기 때문에 반복계산(iterative calculation)을 수행해야 합니다. 즉, 구하고자 하는  $x$ 값을 미리 추정하고 이 추정 값을 가지고  $A$ 와  $b$ 를 결정한 다음  $x$ 값을 계산합니다. 그리고 계산된  $x$ 값으로 다시  $A$ 와  $b$ 를 결정한 다음 다시  $x$ 값을 계산하는 일련의 반복과정을 거치게 됩니다. 이렇게 반복적으로 계산을 하면 대부분의 경우  $x$ 는 정답에 가깝게 됩니다. 이러한 반복계산에 있어 가장 큰 관심사는 원하는 정확도를 가지는 해답  $x$ 를 얼마나 적은 반복계산으로 구할 수 있는냐입니다. 이를 위해 많은 반복계산 기법들이 연구자들에 의해 제안되었으며, 그 중에서 가장 효과적인 방법이 바로 뉴턴-랩슨 기법입니다.



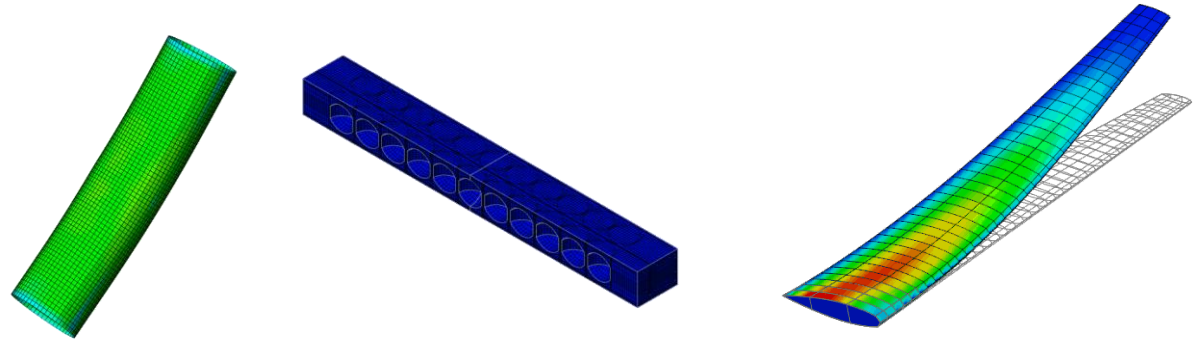
$$[K_T][\Delta U] = \{F_1\} - \{F_{ix}\}$$

- 선형해석에서  $F=KU$  에서  $F$ (외력) =  $F$ (내력)인 경우 해를 구할 수 있으며(수렴)  $F=KU$ 를 만족한다.
- 비선형해석에서는  $\{F_1\} - \{F_{ix}\}$ 가 설정된 오차범위 내에 도달하였을 때, 해를 구할 수 있으며 수렴되었다고 한다.
- 이러한 수렴기준은 하중, 변위, 일량 세 가지가 있다

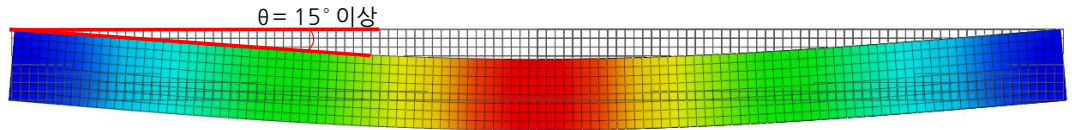
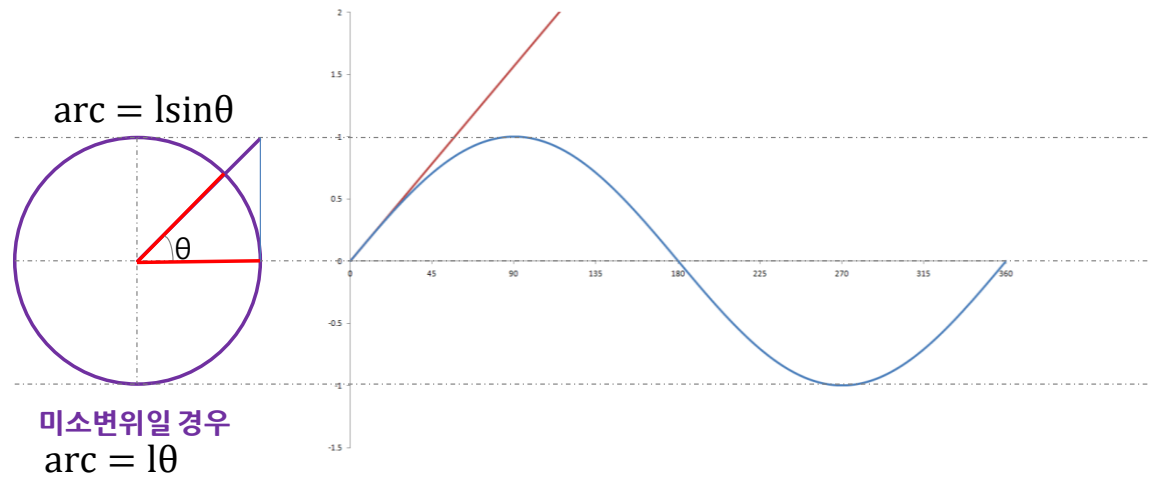


# 기하비선형 (Geometric Nonlinear)

외부로부터 하중이나 모멘트를 받는 물체에 있어 물체의 변위나 회전 (rotation)이 과도한 경우, 물체는 현저한 비선형성(nonlinearity)을 나타냅니다. 보통 대변형 문제라고 부르는 것은 변위와 회전 그리고 변형률 모두가 큰 값인 경우를 의미합니다. 하지만 대 변위 혹은 대 회전이라고 해서 반드시 변형률 (strain)이 크다고는 단정지을 수 없습니다. 왜냐하면, 변위나 회전량은 클지라도 변형률 자체는 작을 수 있기 때문입니다.



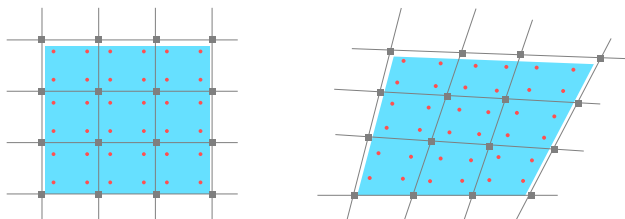
- 변형에 따른 물체 기하학적 형상의 변화가 과도한 경우
- 외부하중의 방향이 변형에 따라 변화
  - Follower force
- 응력-변형률은 선형일 수도 있으며 또는 비선형일 수도 있음
- 변형된 물체의 기하학적 형상은 구하고자 하는 거동의 함수이므로 비선형 문제가 됨



## Update lagrangian formulation 기반 기하 비선형 해석

MeshFree에서의 대변형 문제는 grid의 위치가 변형에 따라 이동할 수 있는 기법인 Update Lagrangian Formulation을 적용하였습니다. 이를 바탕으로 탄소성 재료와 초탄성 재료의 대변형 및 대변형률을 문제를 함께 해석할 수 있습니다. 또한 기하 비선형 해석의 특수 조건인 대회전 강제 조건 및 종동력(Follower force)도 함께 적용할 수 있습니다.

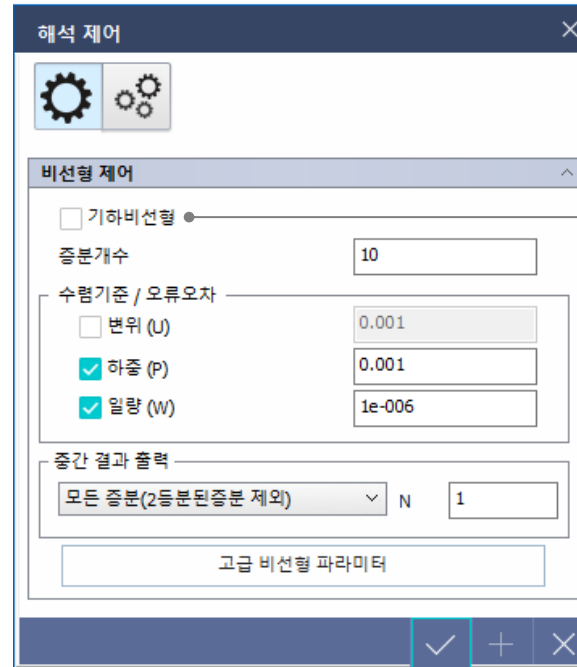
기하 비선형 해석은 해석케이스의 비선형해석에서 적용 가능하며, 해석케이스의 해석 제어창에서 기하비선형 옵션을 제어할 수 있습니다. 종동력 기능은 압력하중에 탑재되어 있으며, 기하비선형 해석시 종동력을 사용할 수 있도록 설정되어 있습니다.



[초기 형상]

Grid 위치가 변형에 따라 함께 이동  
[대변형 발생]

[Update Lagrangian Formulation]



기하비선형 기능 체크 온

[기하 비선형 제어 옵션]

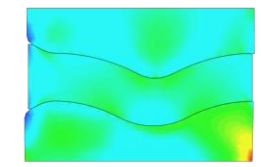
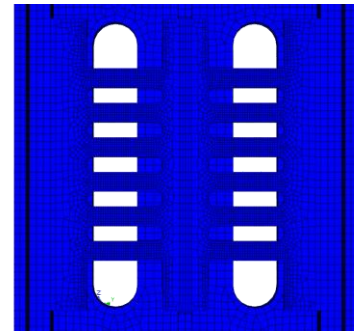
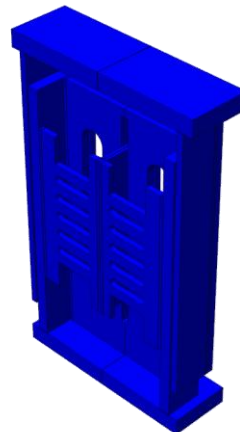
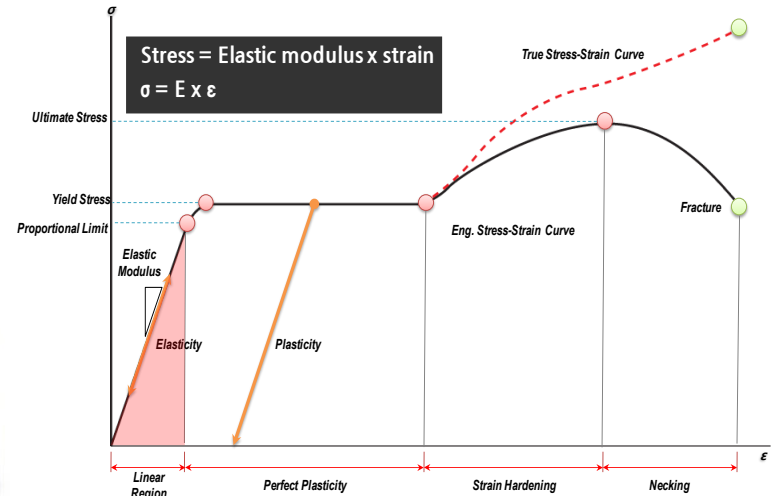
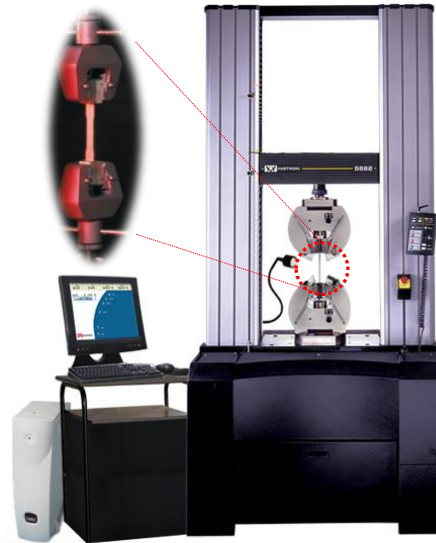
# 재료비선형 (Material Nonlinear)



물체에 하중을 가할 경우 물체가 늘어나는 크기인 변형률과 물체 내부에 발생하는 저항성분인 응력과의 관계를 그래프로 나타낸 것을 응력-변형률 선도라고 부릅니다. 이 그래프는 관심이 되는 물체의 시편을 만들어 인장시험기라고 부르는 실험장치를 이용하여 구할 수 있습니다.

만일 변형률과 응력이 선형적인 관계, 다시 말해 두 값이 일정한 기울기를 가지고 변한다면 그 물체는 선형적인 거동을 나타낸다고 말합니다. 대부분의 물체에 있어서, 변형률이 미소한 경우에는 이러한 선형적 가정을 적용하여도 무방합니다. 하지만 변형률이 커지게 되면 응력과 변형률은 더 이상 선형적인 관계를 나타내지 않습니다.

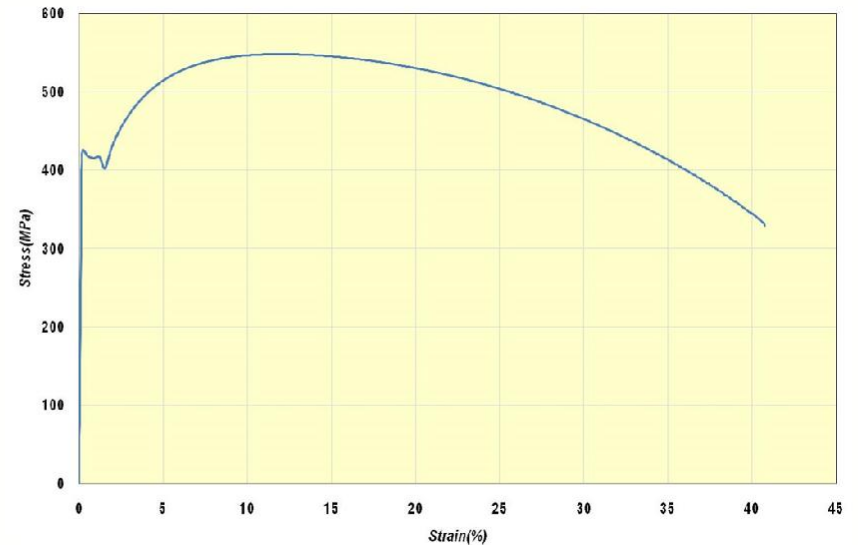
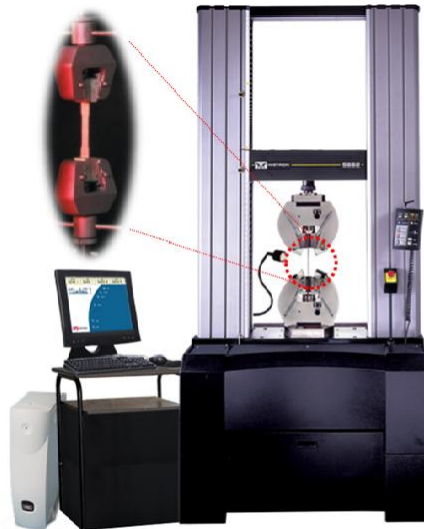
이와 같이 변형률과 응력이 비선형적인 관계를 나타내는 물체를 재료 비선형이라고 부르고, 비선형 해석에 있어 상당부분을 차지하고 있습니다. 금속과 같은 전형적인 재료는 항복응력(yield stress)에 도달하기 이전까지를 선형 재료 그리고 이 지점 이후를 비선형 재료로 가정합니다.



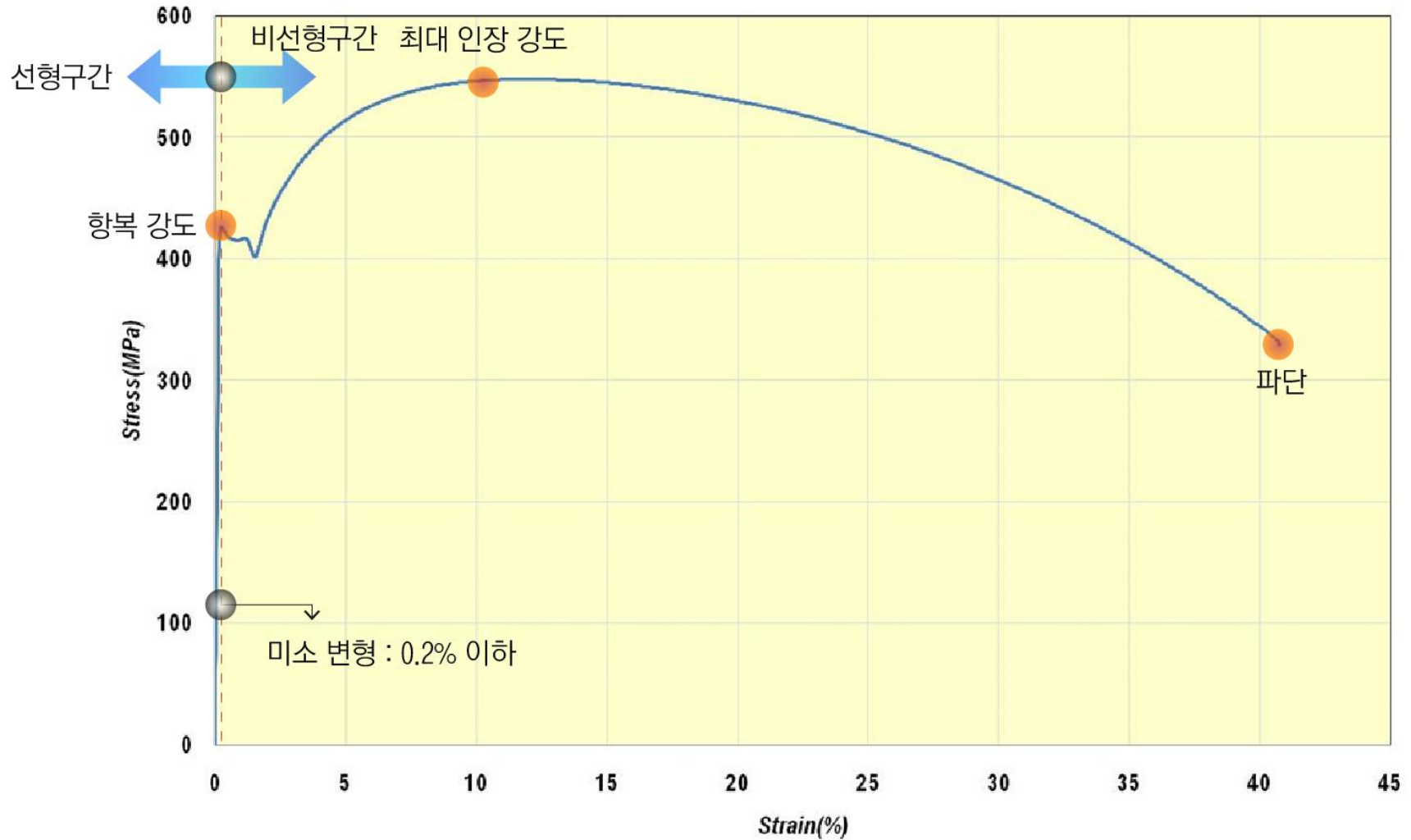
LINE 1, N, 100  
[DATA] TAU(EM) - Analysis Case # INC 1, LOAD=500.000 SOLID=NONLMB

하중을 받고 있는 구조물은 재하 초기에는 하중과 변형이 비례관계를 성립하는 탄성 영역에 존재합니다. 그러나, 하중의 크기가 증가하면서 특정 응력 값 (항복응력) 에 도달하면 하중의 크기증가에 비해 변형의 크기 증가가 커지는 소성영역으로 변하게 됩니다. 이 상태에서 하중의 크기가 더욱 증가하면 응력-변형률 관계를 갖지 않는 파괴단계에 이르게 됩니다. 이와 같이 하중 크기와 방향의 변화에 따라 재료의 특성 값이 변화하여 구조물의 비선형적 거동을 유발시키는 것을 재료비선형이라고 합니다. 본 교육에서는 금속재료의 비선형 해석 (탄소성모델)에 대해 알아보도록 하겠습니다.

재료비선형을 고려한 해석을 수행하기 위해서는 필수적으로 응력-변형률 곡선이 있어야 합니다. 이러한 응력-변형률 곡선은 인장 실험을 통하여 구할 수 있습니다. 보통 인장 실험을 하면 하중과 변위 곡선으로 값이 나타나게 됩니다. 여기서, 중요한 사항은 해석에 필요한 값은 응력과 변형률 곡선이므로 실험 수행 전에 시험체의 단면적과 표점 거리를 정확하게 측정하여야 합니다. 이를 통하여 하중과 변위 곡선을 응력과 변형률 곡선으로 변환할 수 있습니다. 다음 그림은 전형적인 강재의 응력-변형률 곡선을 나타내었습니다



# 연성 재료의 대표적인 응력-변형률 곡선



## 연성 재료의 대표적인 응력-변형률 곡선

각종 재료의 응력-변형률 선도는 서로 차이점이 많고, 같은 재료일지라도 시편의 온도나 하중의 적용 속도에 따라 결과는 달라질 수 있습니다. 여러 가지 그룹의 재료들에 대한 응력-변형률 선도들에서 일부 공통되는 특성을 구분할 수 있으며, 두 가지 크게 분류를 할 수 있습니다. 즉, 연성 재료와 취성 재료로 나눌 수 있으며, 본 교재에서는 연성재료의 주요 특징에 대해서만 설명합니다.

### 항복강도

물체가 외부로부터 하중을 받으면 어느 시점까지는 하중에 비례하여 변형률(strain)과 응력(stress)이 증가하는 반면 하중을 제거하면 변형률과 응력은 선형적으로 감소하여 변형 전 초기형상으로 되돌아 갑니다. 하지만 하중의 크기가 어느 값을 초과하게 되면 하중을 제거하여도 물체는 초기형상으로 복원되지 못하고 어느 정도 크기의 영구적인 변형을 유지하게 됩니다. 그리고 이 시점 이후부터 변형률과 응력은 더 이상 선형적인 관계를 유지하지 않을뿐더러, 급격한 변형률을 나타냄과 동시에 최종적으로 파단에 이르기도 합니다. 항복응력이란 이러한 뚜렷한 물체 거동을 구분하는 기준이 되는 응력값을 의미합니다. 다시 말해, 항복응력 이하에서는 변형률과 응력은 선형적인 관계를 유지할뿐더러 하중을 제거하면 영구적인 변형이 남지 않습니다. 하지만 이 시점 이상의 하중에서는 변형률과 응력은 현저한 비선형적 관계를 나타내고 하중을 제거하여도 물체는 영구적인 변형을 나타냅니다. 엄밀한 의미에서 항복응력 보다 조금 낮은 응력 값인 비례한도(proportional limit)가 이러한 기준에 보다 적합하지만, 두 값의 차이가 매우 작기 때문에 통상적으로 항복응력을 주로 사용하고 있습니다. 항복응력은 재료의 고유한 특성으로 재료마다 각기 다른 값을 지니고 있습니다. 그리고 특정 재료에 대한 항복응력은 인장시험기라 불리는 실험장치를 이용하여 구한 응력-변형률 선도(stress-strain diagram)로부터 결정할 수 있습니다.

### 탄성계수

일반적으로 힘과 늘어난 길이가 비례관계에 있는 물체의 변형을 탄성변형(elastic deformation)이라고 부르고, 이 탄성영역을 초과하여 힘을 가하면 물체는 소성변형(plastic deformation)을 나타내기 시작합니다. 물체의 늘어난 량에 대한 외부 힘의 상대적인 비를 탄성계수라고 부르고, 보다 정확한 공학적인 정의는 응력-변형률 선도(stress-strain diagram)의 탄성범위 내에서의 기울기입니다. 항복강도 이전 지점을 일반적으로 선형 구간으로 표현하며, 항복강도 이후 지점을 비선형 구간으로 정의할 수 있습니다. 응력-변형률 선도에서 보듯이 선형 구간은 변형률 0.2% 이내 구간으로 변형이 미소하게 발생합니다. 그러므로 선형해석을 수행하는 경우에는 반드시 미소 변형이 발생하였는지를 판단하여야 합니다.

### 최대 인장강도와 파단 강도

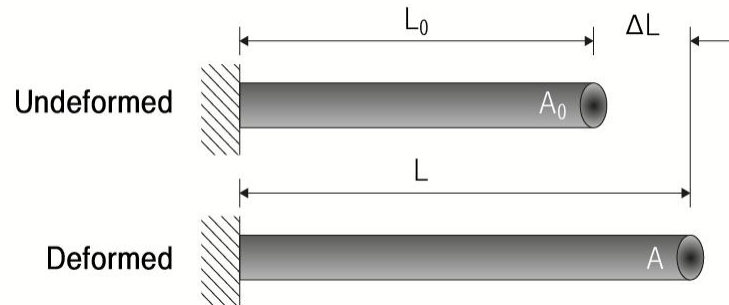
인장 시험에서 최대 하중이 가해진 때의 응력을 최대 인장강도라고 정의하며, 파단 되었을 때의 강도를 파단 강도로 정의합니다. 일반적으로 최대 인장 강도 부근에서부터 단면이 줄어드는 넥킹 현상이 발생합니다. 이런 넥킹 현상은 단면을 줄어드는 현상을 만들어 냅니다. 우리가 일반적으로 보고 있는 응력-변형률 선도는 이러한 넥킹 현상을 고려하지 않은, 즉 초기에 측정된 단면적을 나누어서 나타내는 공칭응력-공칭변형률 선도로 나타냅니다. 비선형 수치해석을 수행하는 경우에는 음의 기울기를 가지는 강성은 수렴성이 떨어지는 경향이 있어 해를 구하기가 어렵습니다. 이러한 현상을 개선하기 위해서는 다음에 설명할 진응력-진변형률 곡선을 이용하는 것을 추천합니다.

# 공칭응력과 진응력

일반적으로 실험을 통해 정의되는 응력-변형률 곡선은 Engineering Stress-strain으로 정의합니다. 이러한 Engineering Stress-Strain은 초기 측정된 단면적을 나누어서 계산되므로 실험 중 발생하는 단면적 감소 효과를 고려하지 않습니다. 이러한 단면적 감소 효과를 고려하여 나타낸 응력-변형률 곡선을 True Stress-Strain 곡선이라고 정의합니다. 일반적으로 True Stress-Strain 곡선을 이용하여 재료모델을 생성합니다. Engineering Stress-Strain과 True Stress-Strain곡선의 관계는 다음 식과 같습니다.

## 공칭응력

- 재료의 인장실험을 통해 얻은 응력-변형률 곡선은 면적의 변화를 고려하지 않음
- 최대 인장강도 이후의 연화부분에 대한 성능 검증을 위해서는 진응력-진변형률 곡선으로 변화하여 입력



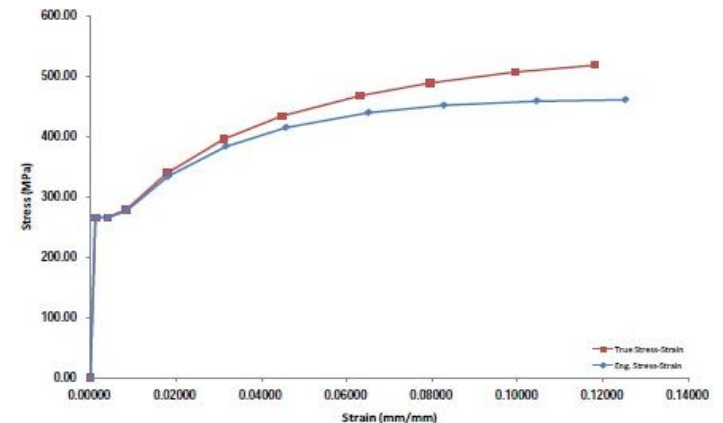
$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

↓

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

## 진응력 (True stress), 진변형률 (True strain) 변환식

$$\sigma_{True} = \frac{F}{A} = \sigma_{Eng}(1 + \epsilon_{Eng}), \quad \epsilon_{True} = \int_{L_0}^L \frac{\Delta L}{L} = \ln \frac{L}{L_0} = \ln(1 + \epsilon_{Eng})$$



# 인장시험 데이터 활용 방안

$$Plastic\ Strain = Total\ Strain - \left( \frac{Yield\ Stress}{Young's\ Modulus} \right)$$

$$\sigma_{True} = \sigma_{eng} (1 + \epsilon_{eng})$$

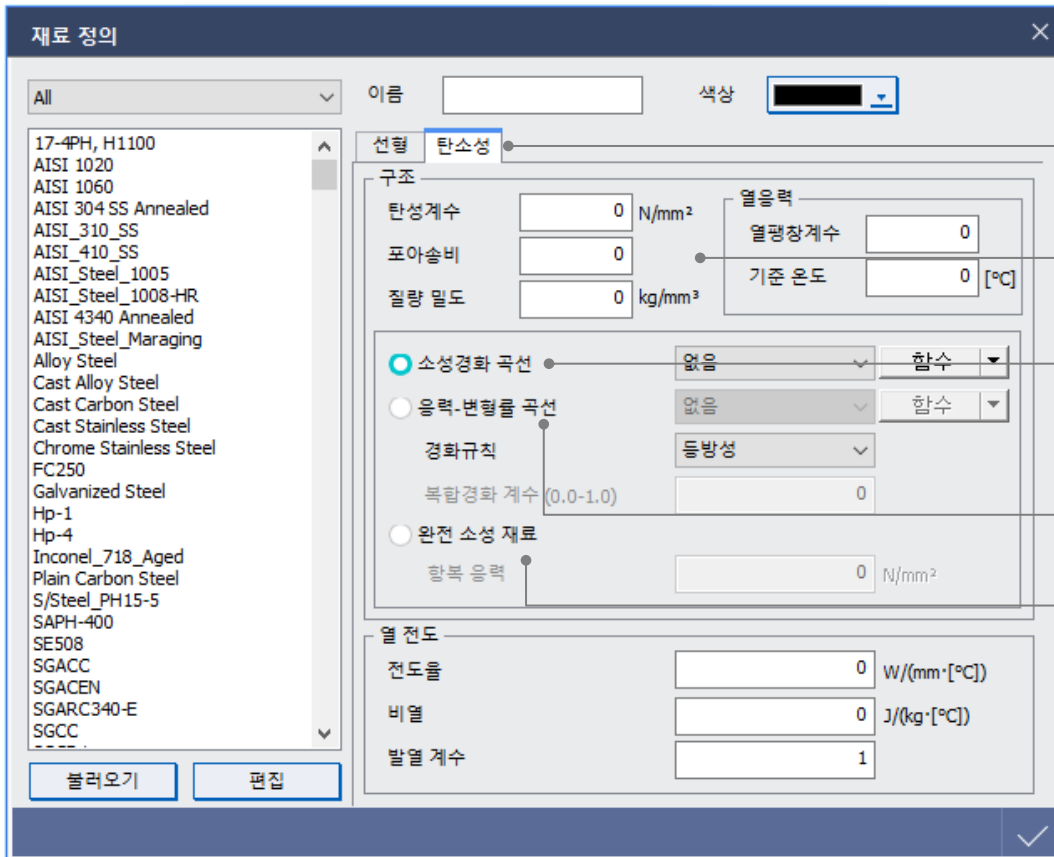
공칭변형률 Eng. Strain (mm/mm)	공칭응력 Eng. Stress (MPa)	진변형률 True Strain (mm/mm)	진응력 True Stress (MPa)	Plastic Strain (mm/mm)	True Stress (MPa)
0.00000	0.00	0.00000	0.00		
0.00112	264.70	0.00112	265.00	0.00000	265.00
0.00400	264.70	0.00399	265.76	0.00287	265.76
0.00837	276.14	0.00834	278.45	0.00722	278.45
0.01811	332.96	0.01795	338.99	0.01683	338.99
0.03170	383.16	0.03121	395.31	0.03009	395.31
0.04574	414.51	0.04472	433.47	0.04361	433.47
0.06505	439.14	0.06302	467.71	0.06190	467.71
0.08273	451.17	0.07949	488.50	0.07837	488.50
0.10447	458.31	0.09937	506.19	0.09825	506.19
0.12521	460.50	0.11797	518.16	0.11685	518.16

$$\epsilon_{True} = \ln(1 + \epsilon_{eng})$$

# 탄소성 재료 모델



MeshFree에서는 탄소성 재료에 대한 재료 모델을 크게 3가지 지원하고 있습니다. 해석의 범위 및 성능 검증 범위를 파악하여 사용자가 선택할 수 있습니다. 비선형 재료 모델은 재료 정의 창에서 정의할 수 있으며, 크게 완전소성, 바이리니어 곡선, 멀티리니어 곡선을 제공하고 있습니다.



탄소성 모델 탭에서 비선형 재료 모델 입력이 가능합니다. 해석케이스에서 비선형 해석을 선택하여야 활성화 됩니다.

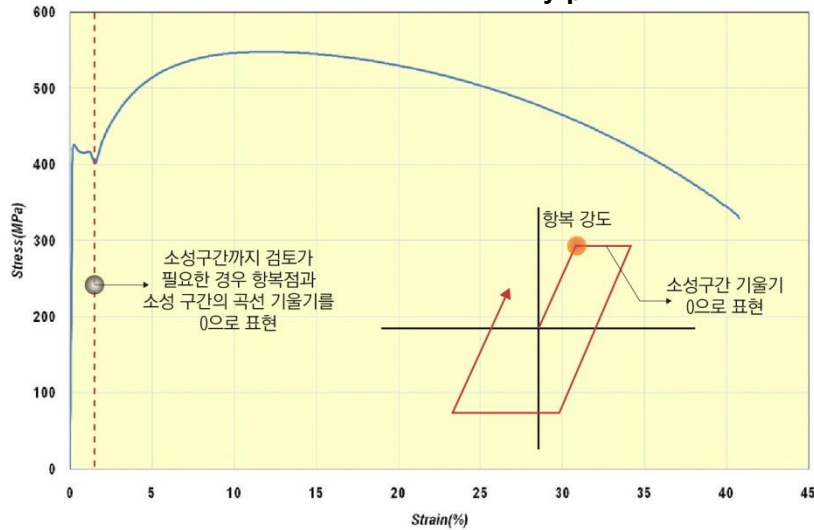
기본적인 재료 물성치를 입력합니다. 실험데이터를 이용하는 경우 실험에서 구해진 탄성계수를 입력합니다. 이때 산정된 탄성계수는 아래 항에 입력되는 응력-변형을 선도의 데이터와 일치해야 합니다.

소성 상태의 경화 곡선을 입력합니다. 탄성 부분의 값은 상기의 탄성계수에서 표현됩니다. P33의 Plastic strain-True stress 값을 함수에 입력합니다.

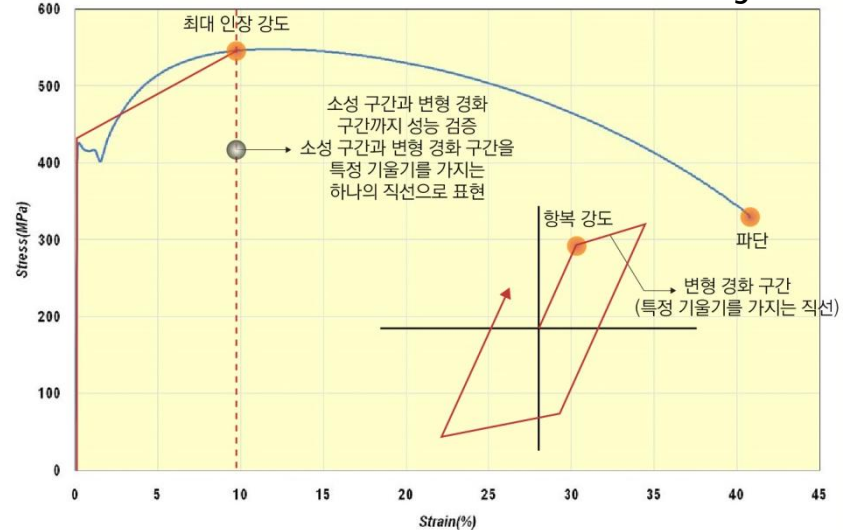
응력-변형을 곡선을 모두 입력합니다. 이때 입력되는 값은 P33의 진변형률-진응력 값을 입력합니다.

완전소성 재료는 탄성계수와 항복 응력을 이용하여 나타냅니다. 항복응력 이후 부터는 기울기가 0인 완전소성 상태로 표현됩니다.

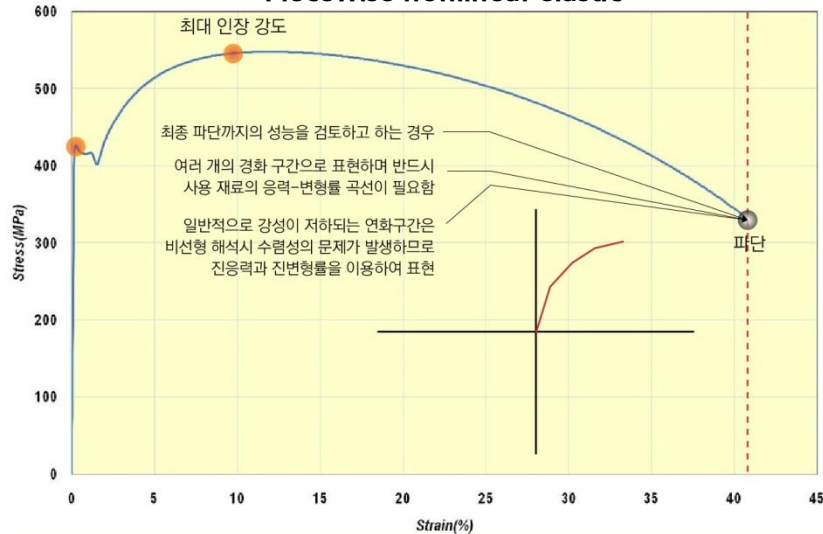
### Bilinear Elasto - Perfectly plastic



### Bilinear Elasto - Plastic with strain hardening



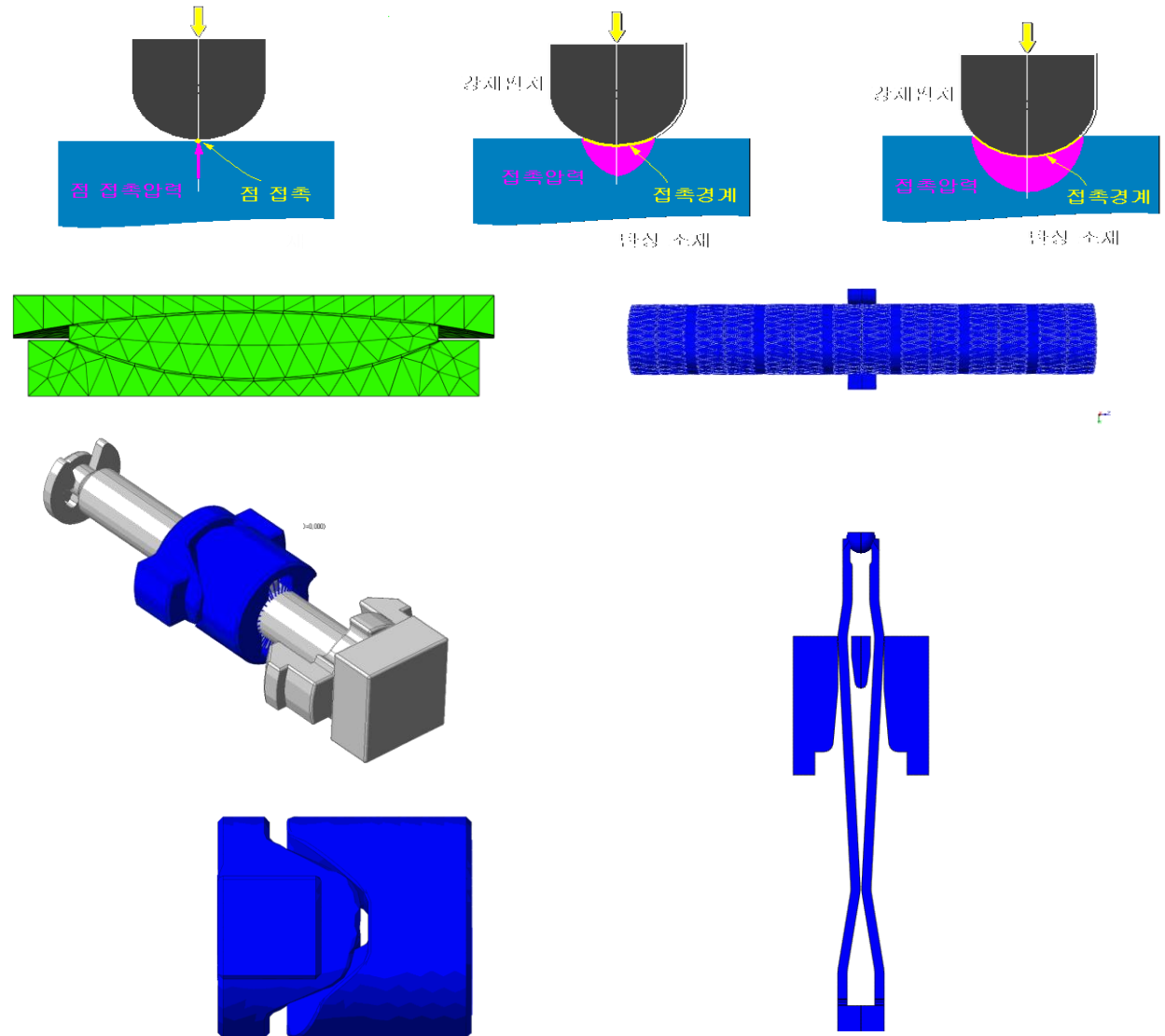
### Piecewise nonlinear elastic



재료 모델	주요 사항
Bilinear Elasto Perfectly plastic	<ul style="list-style-type: none"> <li>소성 구간의 곡선의 기울기가 0인 모델로 항복응력을 입력하여 소성 시작점을 정의</li> <li>소성구간까지의 검토가 필요한 경우</li> <li>탄성계수, 항복 강도만 있으면 생성 가능</li> </ul>
Bilinear Elasto Plastic with strain hardening	<ul style="list-style-type: none"> <li>경화구간 곡선이 하나의 직선으로 구성되면, 소성경화 곡선 또는 응력-변형률 곡선을 이용하여 정의</li> <li>소성 및 변형 경화 구간을 하나의 기울기로 가지는 곡선으로 표현</li> <li>상기 그림과 같이 직선을 중심으로 추가되는 면적과 제거되는 면적으로 고려하여 기울기를 산정 (동일한 에너지 흡수 능력 보유 모델로 구성)</li> </ul>
Piecewise nonlinear elastic	<ul style="list-style-type: none"> <li>경화구간 곡선이 여러 개의 직선으로 구성되며 실제 재료 실험을 통해 얻어진 데이터로 정의</li> <li>최종 파단까지의 제품 성능을 검토하고자 하는 경우에 적합</li> </ul>

# 접촉비선형 (Boundary Nonlinear)

분석하고자 하는 대상 물체의 외곽을 경계라고 부릅니다. 예를 들어 금속판재를 강한 펀치로 굽혀 원하는 형상으로 성형하는 경우, 금속판재의 경계는 판재 전체의 외곽이 되고 이 경계의 일부는 펀치와 접촉하고 있습니다. 펀치에 누르는 힘을 증가시키면 금속 판재와 접촉하는 경계영역은 증가할뿐더러, 금속판재와 펀치 사이의 접촉압력도 증가하게 될 것입니다. 유한요소 해석에 있어 물체 거동과 더불어 경계영역과 접촉하중이 변하게 되면 비선형성을 야기합니다. 왜냐하면, 금속판재가 펀치와 실제 접촉하게 되는 경계영역과 펀치로부터 받는 접촉하중의 크기는 금속판재의 변형량에 따라 증가하기 때문입니다. 그런데 금속판재의 변형량은 해석을 통해 구해야 할 미지의 값이므로 결국 펀치와 접하는 경계영역과 접촉하중 역시 미리 알 수 없는 미지수가 됩니다. 위의 예에서는 접촉하중이 경계에 작용하는 경우이지만, 다른 유형의 접촉문제에 있어서는 접촉하중이 아닌 물체의 변형이 구속될 수도 있습니다. 이렇게 구하고자 하는 물체의 거동에 따라 물체 경계영역과 경계조건(boundary condition)이 변하는 문제를 경계 비선형 문제라고 부릅니다.



- MeshFree는 다수의 어셈블리로 구성된 각 파트를 연결하는 것을 목적으로 선형 접촉(일체거동 및 미끄러짐 접촉)과 물리적인 접촉을 모사하는 비선형 접촉(일반적 접촉)을 제공합니다..
- 일반적으로 해석을 진행하기 위해서는 모든 파트의 연결성이 확보되어야 하며, 사용자가 지정된 면에 경계조건으로 부여하여 각 파트 및 전체 어셈블리 모델이 강체 운동이 발생하지 않도록 제한하여야 합니다. 다수의 파트를 다루는 경우 접촉 조건이나 기타 다른 방식으로 이용하여 파트의 연속성을 확보하지 않는 경우에는 특이해(Singularity Error)가 발생하게 되므로 접촉 조건 및 경계 조건을 사전에 명확하게 파악해야 합니다.
- 엄밀하게 접촉 문제는 두 파트 간의 경계면의 변화, 즉 경계면이 떨어져 있다 붙는 경우, 또는 붙어 있는 상태에서 떨어지는 경우 등 일반적인 물리적 환경에서 발생하는 접촉 문제를 고려할 수 있으며, 이러한 문제는 비선형 접촉 문제로 접근이 가능합니다.
- MeshFree에서는 3가 타입의 접촉 타입을 제공하고 있으며, 주요 특징은 다음 표와 같습니다.

일체거동 접촉	미끄러짐 접촉	일반 접촉
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 두 파트 간의 경계면을 기준으로 인장/압축 방향 및 전단 방향으로 상대적인 변형이 발생하지 않음</li> <li>• 즉, 경계면을 기준으로 수직 방향으로 떨어짐이 발생하지 않고, 수평 방향으로도 미끄러짐이 발생하지 않음</li> <li>• 인접 파트 간의 연속성을 확보</li> <li>• 불러오기 단계에서 접촉면 자동찾기를 선택을 한 경우, 경계면을 모두 일체거동 접촉으로 정의함</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 두 파트 간의 경계면을 기준으로 인장/압축 방향 상대적인 변형이 발생하지 않음</li> <li>• 단, 전단 방향으로는 미소한 상대 변형 발생</li> <li>• 경계면을 기준으로 수직 방향으로 떨어짐이 발생하지 않고, 수평 방향으로로는 미끄러짐이 발생</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 두 파트 간의 경계면을 기준으로 인장/압축 방향 및 전단 방향으로 상대적인 변형이 발생</li> <li>• 경계면 사이의 갭이 있을 경우 적용 가능</li> </ul>
<p>수직 방향 이동 없음</p> <p>수평 방향 이동 없음</p>	<p>수직 방향 이동 없음</p> <p>수평 방향 이동 가능 (미소 변위)</p>	<p>수직 방향 이동 가능 (미소 변위)</p> <p>수평 방향 이동 가능 (미소 변위)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 볼트 연결의 경우 과도한 접촉면이 정의될 수 있으므로 연결부 확인 필요</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 면내 방향의 미소 슬립이 발생하는 경우에 적합</li> <li>• 마찰계수 적용 되지 않음</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 일반적인 물리적 접촉 현상 모사 가능</li> <li>• 마찰계수 적용 가능</li> </ul>

# 접촉 주요 옵션 설명

## 비선형 접촉 정의 방법(수동접촉)

**접촉** [X]

1. 수동 접촉을 선택합니다.

**선택** [^]

대상선택 Master 면

대상선택 Slave 면

**타입** [^]

일체거동 접촉

마찰계수: 0

수직 강성 계수: 0.1

수평 강성 계수: 0.01

**범위** [^]

1 mm

2. 접촉면을 선택합니다.  
접촉면은 접촉이 예상되는 면을 쌍으로 선택합니다.

3. 접촉타입을 선정합니다.  
해석 모델의 조건에 따라 일체거동, 미끄러짐, 일반 접촉 중 하나의 타입을 선택합니다.

- 마찰계수 : 접촉 면 사이의 정지마찰 계수를 지정합니다.
- 수직 강성 계수 : 접촉 발생시 접촉력을 산정하기 위한 계수값입니다. 일반접촉 활용시에 적용되는 계수입니다. 수직 강성 계수 값이 증가하면 일반적으로 수렴성이 떨어지는 경향이 있는 반면, 감소시키면 수렴성이 증가되지만, 접촉면에서 미소한 침투가 발생할 수 있습니다. 가급적이면 초기 설정된 값을 활용하시길 바랍니다.
- 수평 강성 계수 : 접촉면의 전단면 방향으로 작용하는 접촉력을 산정하기 위한 계수값입니다.

4. 범위를 지정합니다.  
비선형 접촉에서의 범위는 초기값은 0으로 되어 있습니다. 즉, 두 물체가 간격이 0인 경우에 접촉이 발생합니다. 범위를 과대하게 정의하시는 경우 실제현상과 다르게 접촉이 발생할 수 있으므로 주의를 요합니다.

물체가 하중이나 온도와 같은 외부 자극에 대해 비선형적(nonlinear) 거동을 나타내는 경우, 이 거동을 수치해석(numerical analysis)을 통해 그 해답을 구하는 것을 말합니다. 비선형적 거동은 외부 자극에 대하여 비례적인 관계를 보이지 않기 때문에 선형해석(linear analysis)에 비해 어렵고 긴 계산시간을 요구합니다. 선형 거동을 나타내는 문제는 외부 자극과 물체의 거동이 직선적인 관계를 나타내기 때문에, 이 직선의 기울기만 안다면 이 직선과 외부 하중이 만나는 교점을 찾기만 하면 물체의 거동을 구할 수 있습니다. 다시 말해 단 한번의 계산으로 수치결과를 구할 수 있습니다.

하지만 비선형적 거동을 나타내는 경우에는 물체의 거동이 외부 자극에 대하여 곡선적인 변화를 나타내기 때문에 곡선 상의 각 지점에서의 기울기는 각기 다릅니다. 따라서 물체의 초기 예상치(initial guess)에 해당하는 곡선 상의 기울기로 중간 단계의 해답을 구한 다음, 다시 이 중간 단계의 해답에 해당하는 기울기로 다음 중간 단계의 해답을 구하는 반복계산 방법(iterative method)을 적용해야 합니다. 다시 말해 선형해석에서와 같이 단 한번의 계산으로 정확한 해답을 구할 수 없다는 의미입니다.

비선형 해석을 위한 대표적인 반복계산 기법으로 뉴턴-랩슨 기법(Newton-Raphson method)이 있습니다. 물체가 비선형적 거동을 나타내는 대표적인 예로는 물체의 재료 물성치(material property)가 구하고자 하는 거동에 따라 변하는 경우, 물체의 거동에 따라 물체의 형상이나 하중이 변하는 경우, 그리고 물체의 거동에 따라 물체의 경계조건(boundary condition)이 변하는 경우입니다.

비선형 해석에서 정확한 해답을 구하기 위해서는 무한 번의 반복계산이 필요하기 때문에, 허용 가능한 오차(error) 범위를 미리 지정해 주어야 합니다. 이것을 허용오차(allowable error)라고 부르고, 이 값은 해석의 목표에 따라 해석자가 주관적으로 결정하는 것이 일반적입니다.

### 비선형 해석이 필요한 경우

비선형해석이 선형해석 만큼 빠르고 쉽게 모형 화하고 해석조건을 설정할 수 있다면, 비선형 해석의 수행 여부를 결정할 필요는 없습니다.

비선형해석은 선형해석에 비해 해석을 위한 절차가 복잡할 뿐 아니라, 올바른 결과를 얻기 위한 기법들을 익히는 데도 상당한 시간과 추가적인 노력이 소요될 수 있습니다.

결론적으로 해석자나 설계자는 비선형 해석을 수행해야만 하는 이유를 판단할 수 있어야 합니다.

### 정확한 최종 결과를 얻어야 하는 경우

해석초기의 비교해석이나 경향해석을 위해서는 재료의 비선형성이나 대변형을 무시한 해석을 수행할 수 있습니다. 그러나, 설계 후반부에서 단 순화하고 근사화했던 것들에 대해 의문을 갖게 되는 시점이 있을 수 있습니다.

제품의 안정성을 고려한다면 제품의 원형(Prototype) 제조 전에 적어도 한 번 이상의 비선형 거동을 검토하는 것이 필요합니다.

### 접촉이 존재하는 모델의 경우

완성품의 경우 대부분 부품들의 조합으로 이루어진다. 부품 상호간에 접촉하거나 미끄러짐 또는 떨어지는 효과들을 고려해야 하는 경우가 있습니다.

이런 거동을 정확히 확인하고자 하는 경우 비선형해석이 필요합니다.

### 유연한 부품의 대변형

얇은 구조물의 경우 대변형 효과를 고려하지 않는다면 극단적인 변형이나 응력을 유발할 수 있습니다.

박판 구조물의 변형은 대변형 효과를 고려하는 경우 선형해석결과의 1/5에 지나지 않습니다. 단 순히 선형해석 결과만으로 이러한 변형의 감소를 예측하는 것은 불가능합니다.

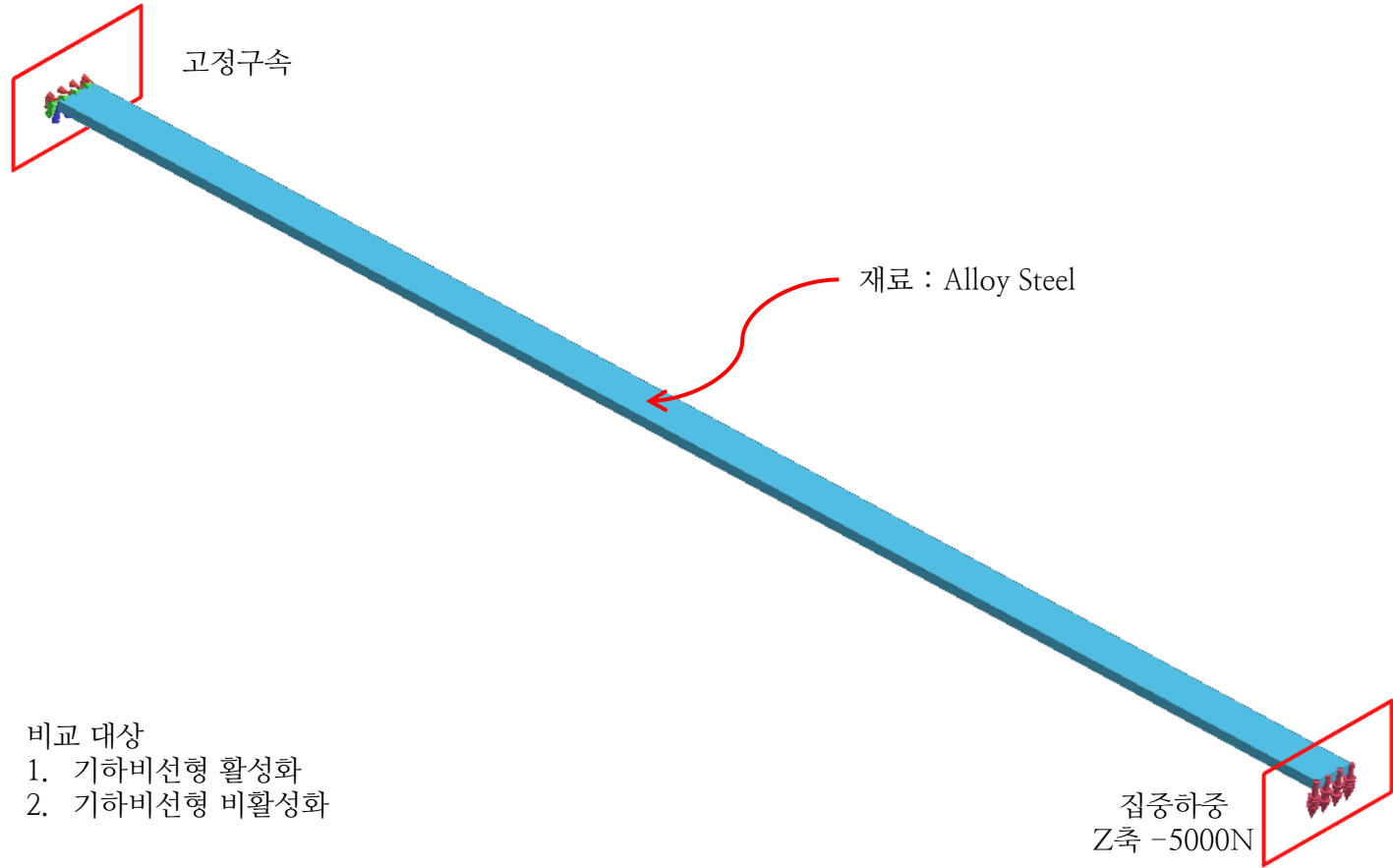
### 그외 비선형 거동이 예상되는 경우

- 최대응력이 항복응력과 유사한 경우
- 의도된 대변형을 발생시키는 경우
- 비정상적으로 대변형이 생기는 경우
- 두 개의 표면이 관통하는 경우

기하비선형 따라하기

# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 00



- 비교 대상
- 1. 기하비선형 활성화
  - 2. 기하비선형 비활성화

### [예제 목적]

본 예제에서는 기하비선형 활성화에 따른 결과를 비교하고자 합니다.

# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 01

- ① [해석 케이스] 클릭
- ② [비선형 정적 해석] 클릭
- ③ [확인] 클릭



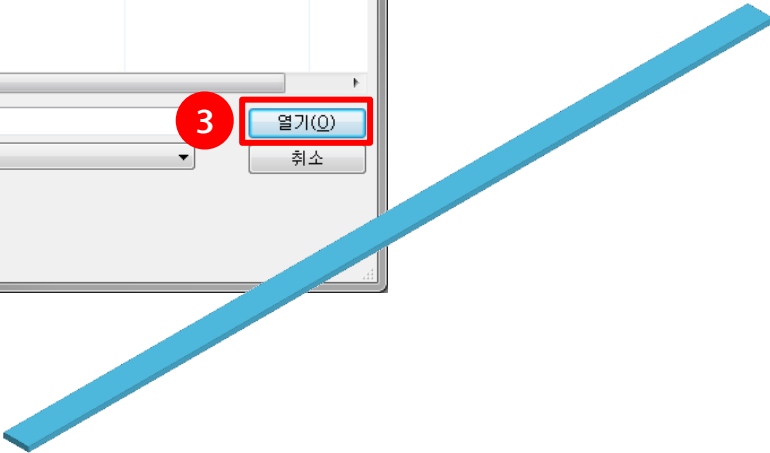
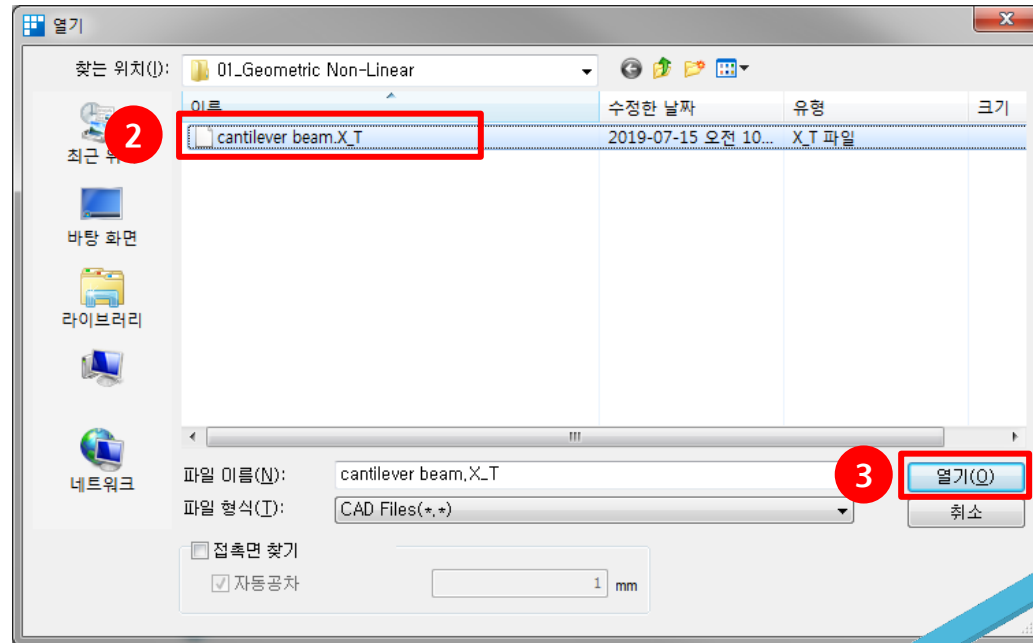
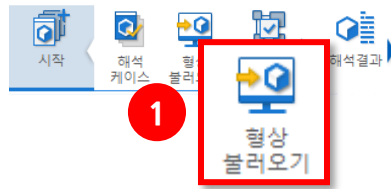
### [비선형 정적 해석]

비선형정적해석은 구조물에 가해지는 하중이 점점 증가함에 따라 재질의 특성이 비선형성을 나타내는 재료비선형, 변위 또는 회전량이 커짐으로써 하중의 작용방향과 분포, 크기가 달라지는 문제를 고려하는 기하비선형, 요소간 경계부분의 비선형이나 경계조건의 변화로 인해 생기는 접촉 등을 고려하는 경계비선형 문제를 해결하기 위한 해석 방법입니다.

# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 02

- ① [형상 불러오기] 클릭
- ② [Cantilever.X\_T] 클릭
- ③ [확인] 클릭



### [CAD Interface]

MeshFree에서 지원하는 CAD Interface는 다음과 같습니다.

Parasolid Files	ACIS Files	STEP Files	IGES Files	Pro-E Files
SolidWorks Files	Unigraphics Files	Inventor Files	Solid Edge Files	CATIA Files

# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 03

- ① [해석조건] 클릭
- ② [재료] 클릭
- ③ [Alloy Steel] 재료 확인
- ④ [박스] 클릭
- ⑤ >> 클릭 하여 재료 할당
- ⑥ [확인] 클릭



**재료 정의** ✕

재료 미할당 형상 보기 ③ Alloy Steel 생성

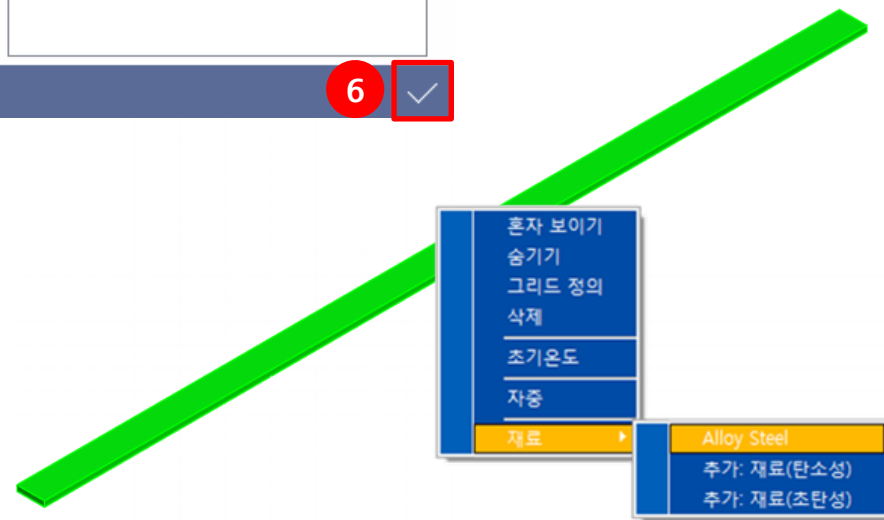
재료 색상으로 보기 수정

이름	재료
④ 박스	미할당

⑤ >>

⑥ ✓

(\* )파트 우클릭 후 도구목록에서 재료를 지정이 가능합니다.



# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 04

- ① [구속조건] 클릭
- ② 그림을 참고하여 1개면 선택
- ③ [확인] 클릭



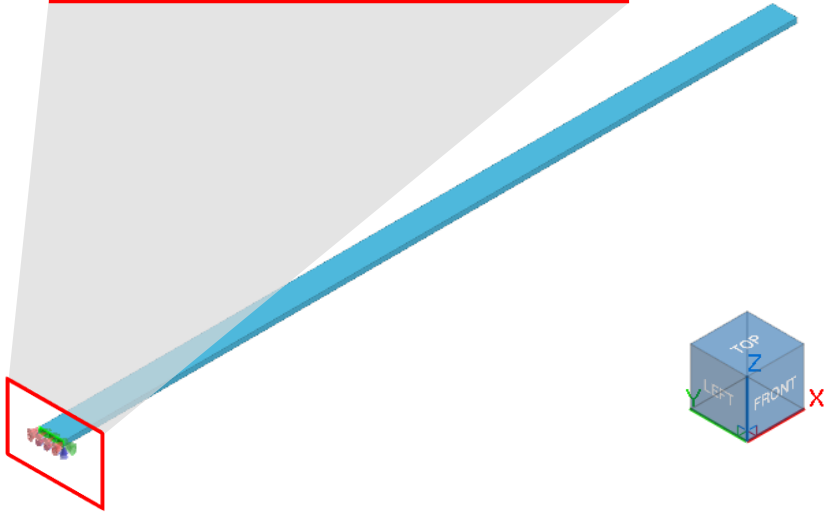
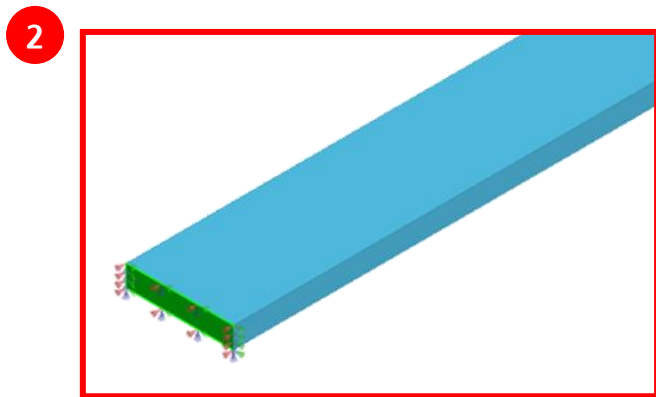
**구속조건 정의** [X]

이름:

**선택** [^]  
 면:

대칭 조건 [v]  
 자유도 구속 [v]

[R] [3] [✓] [+] [X]



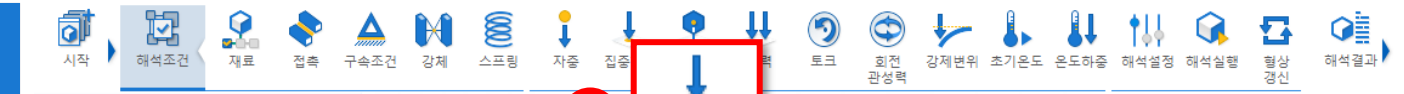
# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 05

- ① [집중하중] 클릭
- ② 아래의 표를 참고하여 조건 설정

집중하중	
종류	선
대상	1개 면(그림참고)
방향	Z 축
크기	-5000N

- ③ [확인] 클릭



②

### 집중하중 정의

이름

**하중 종류**

하중 종류 집중 하중

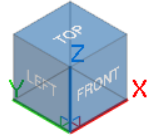
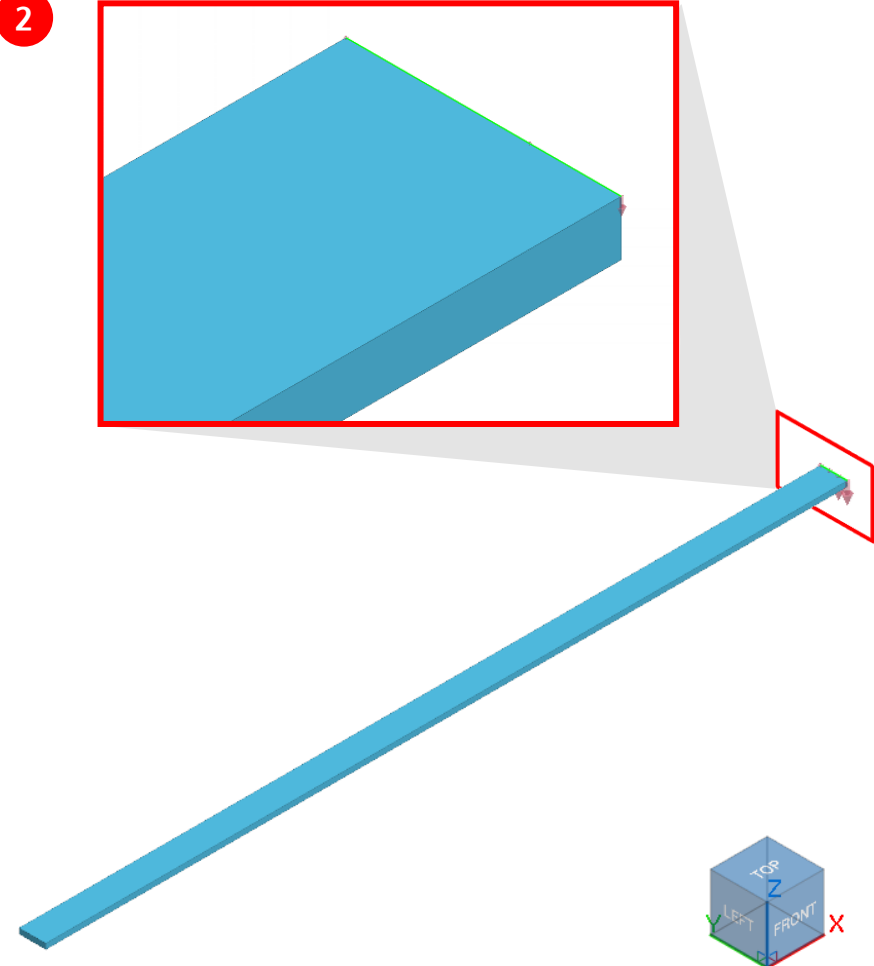
통합력  개별하중

? 1개 대상 선택됨

**방향**

X	<input type="text" value="0"/>	N
Y	<input type="text" value="0"/>	N
Z	<input type="text" value="-5000"/>	N

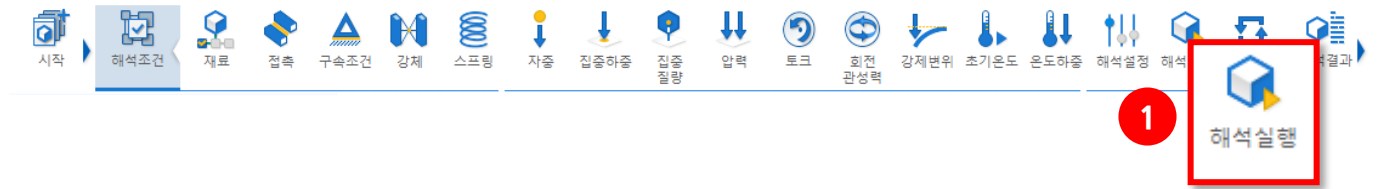
↺
3
✓
+
×



# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 06

- ① [해석실행] 클릭
- ② 목록 중 계산하고자 하는 해석 케이스 체크 후 확인 클릭



midas MeshFree Solver

이름	종류
<input checked="" type="checkbox"/> 비선형 정적해석-1	비선형정적

2

[배치 해석]

### [배치 해석]

형상이 동일하고 해석 조건이 다른 여러 해석을 한번에 수행하고자 할 때 유용한 기능입니다.

진행 항목 [1/1]

- 오토 그리드 계산
- 그리드 생성
- 접촉 검색
- 셋업
- 반복 계산

80%

취소

[프로그래스 바]

### [프로그래스 바]

프로그래스 바는 현재 진행중인 해석 과정을 보여줍니다. 이때 [해석 중지]를 누르게 되면 진행하던 해석이 중지됩니다.

# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 07

- ① [시작] 클릭
- ② [해석 케이스] 클릭
- ③ [비선형 정적 해석] 클릭
- ④ [확인] 클릭

The screenshot shows the '해석 케이스' (Analysis Case) dialog box in the Midas MeshFree software. The 'Professional' tab is selected. The name field contains '비선형 정적해석-2'. The '비선형 정적' (Non-linear Static) option is selected and highlighted with a red box and the number 3. The '확인' (OK) button is highlighted with a red box and the number 4. The '시작' (Start) button in the top toolbar is highlighted with a red box and the number 2.

### [해석 케이스 추가]

동일한 모델에 해석조건만 변경하여 해석을 수행하고자 할 때는 해석 케이스 추가를 통해 이를 수행할 수 있습니다.

본 예제에서는 비선형 정적 해석 케이스를 추가함으로써 기하비선형 옵션을 활성화하고자 합니다.

# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 08

- ① 경계조건 끌어 넣기
- ② 하중조건 끌어 넣기

The screenshot shows the software interface with two main trees: '모델 창' (Model Tree) and '해석 창' (Solution Tree). In the Model Tree, '경계 조건-1 구속조건' (Boundary Condition-1 Restraint) and '집중하중-1 힘' (Concentrated Load-1 Force) are highlighted with red boxes and numbered 1 and 2 respectively. In the Solution Tree, '경계조건' (Boundary Condition) and '하중' (Load) are highlighted with a red box. A large white arrow points from the highlighted items in the Model Tree towards the Solution Tree.

### [해석 케이스 설정]

모델 트리에 설정된 조건을 해석에 반영하기 위해서는 해석 트리에 조건을 반영해야 합니다.

해석 케이스에 반영되지 않는 조건은 계산에 포함되지 않습니다.

해석 조건은 끌어넣기를 통해 계산에 반영할 수 있으며, 지우기 기능을 통해 계산에서 제외할 수 있습니다.

변경된 해석 조건에 대한 결과를 확인하기 위해서는 다시 한번 계산을 수행해야 합니다.

# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 09

- ① [해석제어] 더블클릭
- ② [기하비선형] 체크
- ③ [확인] 클릭

시작 | 해석 케이스 불러오기 | 해석조건 | 해석결과

모델 창

- 모델 설정
  - 파트(1)
    - 박스 Alloy Steel
- 재료
  - Alloy Steel
- 접촉
- 경계조건(1)
  - 경계 조건-1 구속조건
- 하중(1)
  - 집중하중-1 힘

해석 창

- 해석케이스
  - 비선형 정적해석-1
  - 비선형 정적해석-2
    - 해석제어
    - 모델(1)
    - 접촉
    - 경계조건
    - 하중

해석 제어

비선형 제어

- 기하비선형
- 증분개수: 10
- 수렴기준 / 오류오차
  - 변위 (U): 0.001
  - 하중 (P): 0.001
  - 일량 (W): 1e-006
- 중간 결과 출력: 모든 증분(2등분된증분 제외) N 1
- 고급 비선형 파라미터

2 [확인]

### [기하비선형 옵션]

기하비선형 옵션은 해석제어에서 기하비선형을 체크함으로써 활성화 가능합니다.

# 비선형 정적 해석(기하비선형)

## Cantilever - STEP 10

- ① [해석케이스] 우클릭
- ② [해석 실행] 클릭

### [해석실행]

특정 해석 케이스만 계산하고자 할 경우 위와 같은 방법으로도 계산 수행이 가능합니다.

# 비선형 정적 해석(기하비선형)

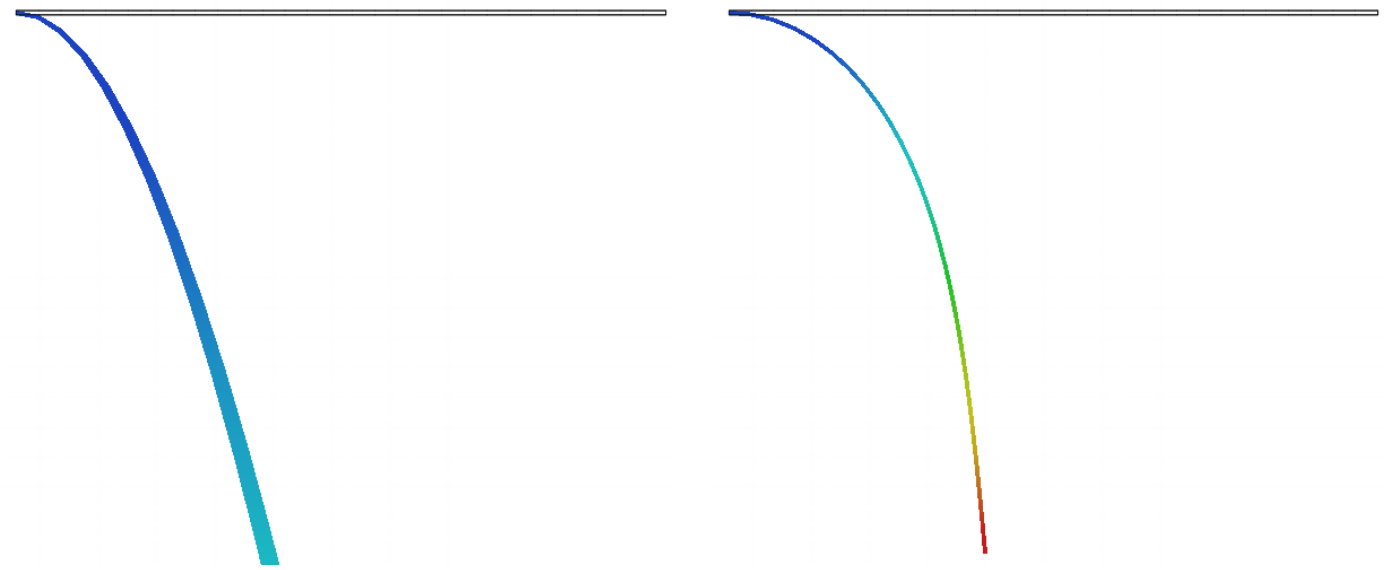
## Cantilever - STEP 11

① 해석 결과 비교

시작 | 해석조건 | **해석결과** | 포인트 값 | 반력계산 | 결과값 곡선 | 결과파일 열기 | 결과값 비교점 선택 | 결과값 비교 | 스케일(x1) | 지수 | 그리드 비표시 | 소수점이하 자리수 5 |  컨투어 연속 |  최대최소 |  특징선 보기 |  애니메이션 |  레전드

해석조건: 비선형 정적해석-1  
 스텝: INCR=10 (LOAD=1,000)  
 결과: 전체 변위

해석조건: 비선형 정적해석-2  
 스텝: INCR=15 (LOAD=1,000)  
 결과: 전체 변위



### [비선형 해석 결과]

비선형 해석 결과는 항상 실제스케일로 변경하여 확인 합니다.

실제스케일 | 스케일(x1) | 스케일(x0.5) | 스케일(x2) | 실제스케일 | 변형전 |  컨투어 연속 |  최대최소 |  특징선 보기 |  애니메이션 |  레전드

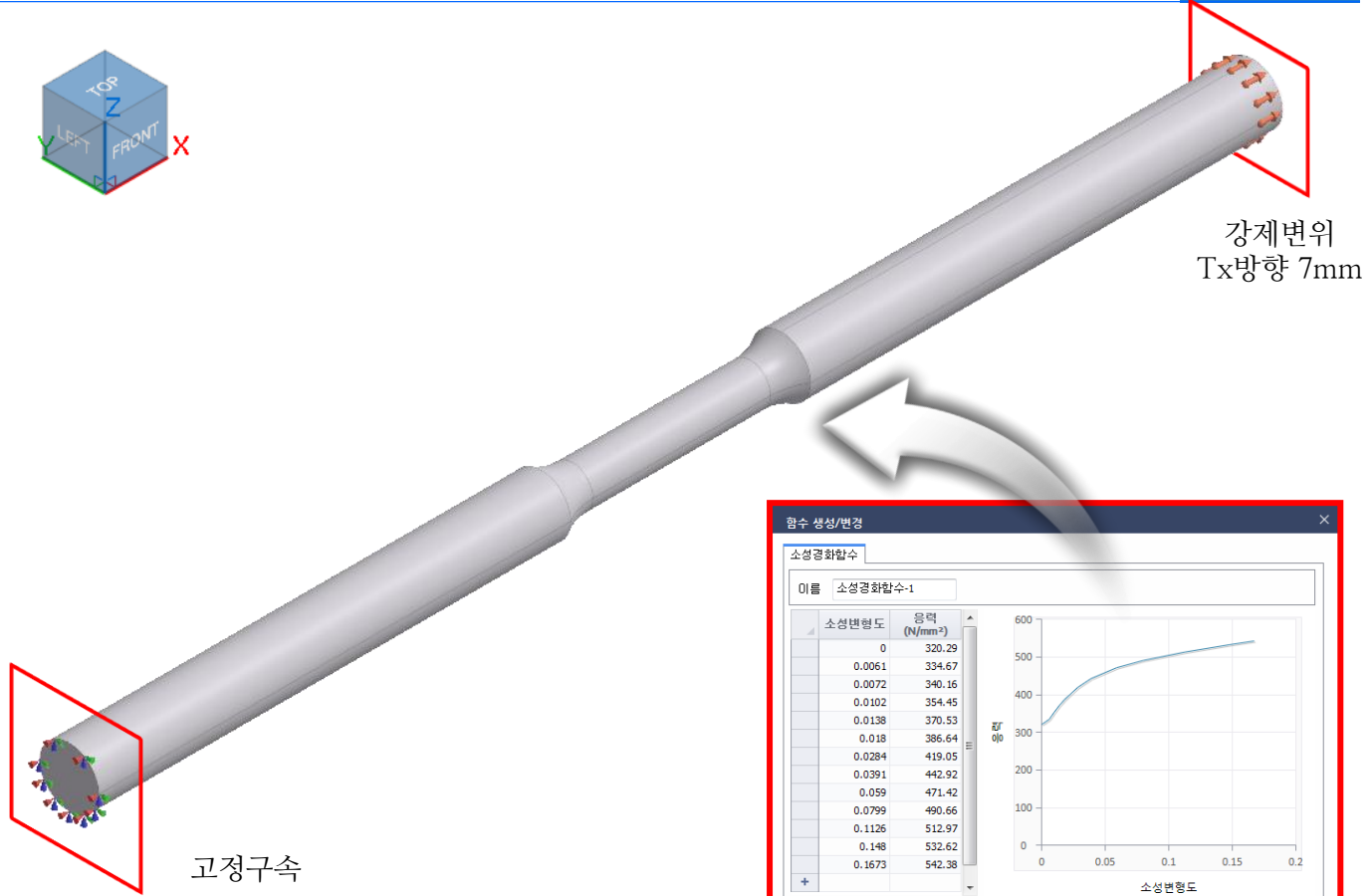
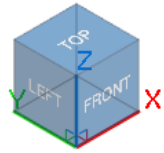


# 재료비선형 따라하기

## - 탄소성 재료 -

# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 00



### [예제 목적]

본 예제에서는 모드해석에서 사용할 수 있는 기능과 프로세스를 확인하고자 합니다.

# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 01

- ① [해석 케이스] 클릭
- ② [비선형 정적 해석] 클릭
- ③ [확인] 클릭



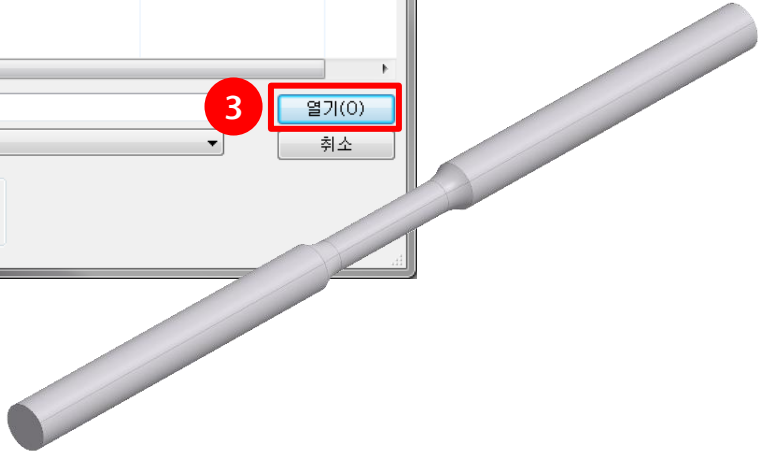
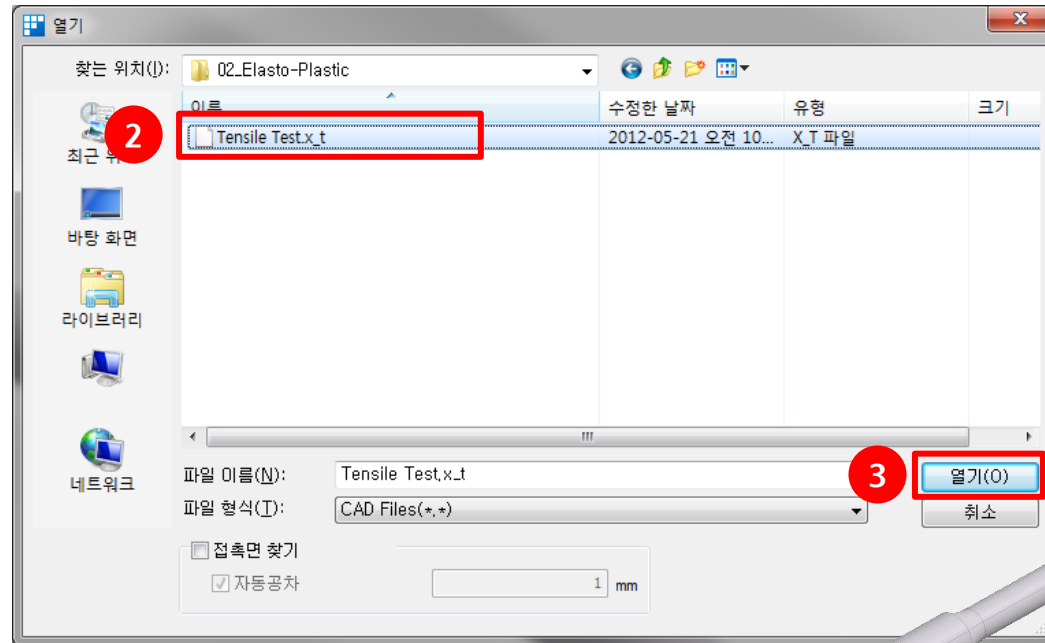
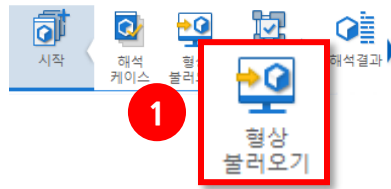
### [비선형 정적 해석]

비선형정적해석은 구조물에 가해지는 하중이 점점 증가함에 따라 재질의 특성이 비선형성을 나타내는 재료비선형, 변위 또는 회전량이 커짐으로써 하중의 작용방향과 분포, 크기가 달라지는 문제를 고려하는 기하비선형, 요소간 경계부분의 비선형이나 경계조건의 변화로 인해 생기는 접촉 등을 고려하는 경계비선형 문제를 해결하기 위한 해석 방법입니다.

# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 02

- ① [형상 불러오기] 클릭
- ② [Tensile Test.X\_T] 클릭
- ③ [확인] 클릭



### [CAD Interface]

MeshFree에서 지원하는 CAD Interface는 다음과 같습니다.

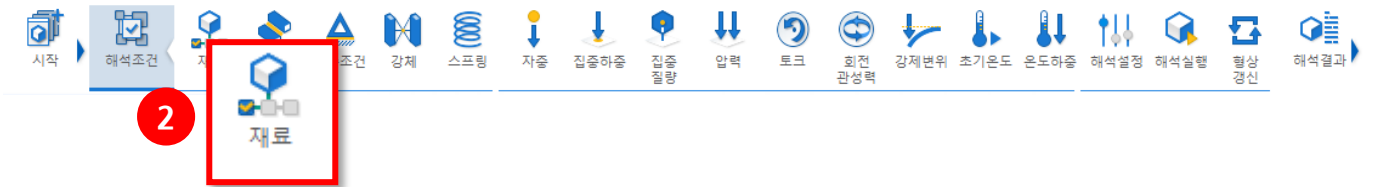
Parasolid Files	ACIS Files	STEP Files	IGES Files	Pro-E Files
SolidWorks Files	Unigraphics Files	Inventor Files	Solid Edge Files	CATIA Files

# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 03

- ① [해석조건] 클릭
- ② [재료] 클릭
- ③ [생성] >> [탄소성] 클릭

뒷 장에 이어서 진행됩니다.



**재료 정의** ✕

재료 미할당 형상 보기 Alloy Steel 생성 ▾

재료 색상으로 보기 탄소성

이름	재료
박스	미할당

>>

이름

✔

# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 04

① 아래의 표를 참고하여 재료 데이터 정의

이름	Tensile
구조	
탄성계수	168573
프와송비	0.29

② [탄소성] 체크

③ 소성결과 곡선 [함수 생성] 클릭

뒷 장에 이어서 진행됩니다.



**재료 정의**

All 1

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI\_310\_SS
- AISI\_410\_SS
- AISI\_Steel\_1005
- AISI\_Steel\_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI\_Steel\_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel\_718\_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel\_PH15-5
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD 1
- Steel
- Steel\_Rolled
- SUS304
- SUS316
- SUS316L
- Wrought Stainless Steel
- Ductile Iron
- Gray Cast Iron
- Iron\_40
- Iron\_60
- Iron\_Cast\_G25
- Iron\_Cast\_G40

블러오기    편집

이름 tensile    색상   

탄소성 열전달

구조

탄성계수  N/mm<sup>2</sup>

프와송비

질량 밀도  kg/mm<sup>3</sup>

탄소성 2

소성경화 곡선    소성경화함수-1     함수  3

응력-변형률 곡선    경화규칙

복합경화 계수 (0.0-1.0)

완전 소성 재료    항복 응력  N/mm<sup>2</sup>

일반

열 응력

열팽창계수

기준 온도  [°C]

질량 비례 감쇠 계수  1/sec

강성 비례 감쇠 계수  sec

구조 감쇠 계수

# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 05



### ① 소성경화함수 입력

뒷 장에 이어서 진행됩니다.

0	320.29
0.0061	334.67
0.0072	340.16
0.0102	354.45
0.0138	370.53
0.018	386.64
0.0284	419.05
0.0391	442.92
0.059	471.42
0.0799	490.66
0.1126	512.97
0.148	532.62
0.1673	542.38

[복사/붙여넣기]

1

첨부된 엑셀/메모장  
데이터 활용

### [함수 입력]

함수는 엑셀, 메모장 등의 텍스트 파일을 복사/붙여넣기를 통해 수월하게 입력 가능합니다.

# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 06

- ① 생성한 소성경화함수 지정
- ② [확인] 클릭



**재료 정의**

이름: tensile    색상: [선택]

탄소성 열전달

구조

탄성계수: 168573 N/mm<sup>2</sup>

포와송비: 0.29

질량 밀도: 0 kg/mm<sup>3</sup>

탄소성

소성경화 곡선 1    소성경화함수-1    함수

응력-변형률 곡선    없음    함수

경화규칙: 등방성

복합경화 계수 (0.0-1.0): 0

완전 소성 재료

항복 응력: 0 N/mm<sup>2</sup>

일반

열 응력

열팽창계수: 0

기준 온도: 0 [°C]

질량 비례 감쇠 계수: 0 1/sec

강성 비례 감쇠 계수: 0 sec

구조 감쇠 계수: 0

블러오기    편집

2

# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 07

- ① [구속조건] 클릭
  - ② 아래의 표를 참고하여 조건 정의
- |    |              |
|----|--------------|
| 이름 | 경계 조건-1      |
| 면  | 한 쪽 자유단부 1개면 |
| 조건 | 완전 고정 구속     |
- ③ [확인] 클릭



구속조건 정의

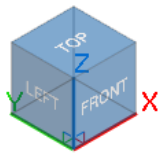
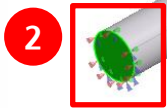


이름

선택  
면

대칭 조건  
 XY  YZ  ZX

자유도 구속  
 Tx  Ty  Tz



# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 08

- ① [강제변위] 클릭
- ② 아래의 표를 참고하여 조건 정의

이름	강제변위-1
면	자유단부 1개면
조건	
방향	Tx
값	7mm

- ③ [확인] 클릭



**강제변위 정의** [X]

이름: 강제변위-1

→ 1개 대상 선택됨

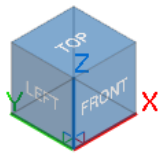
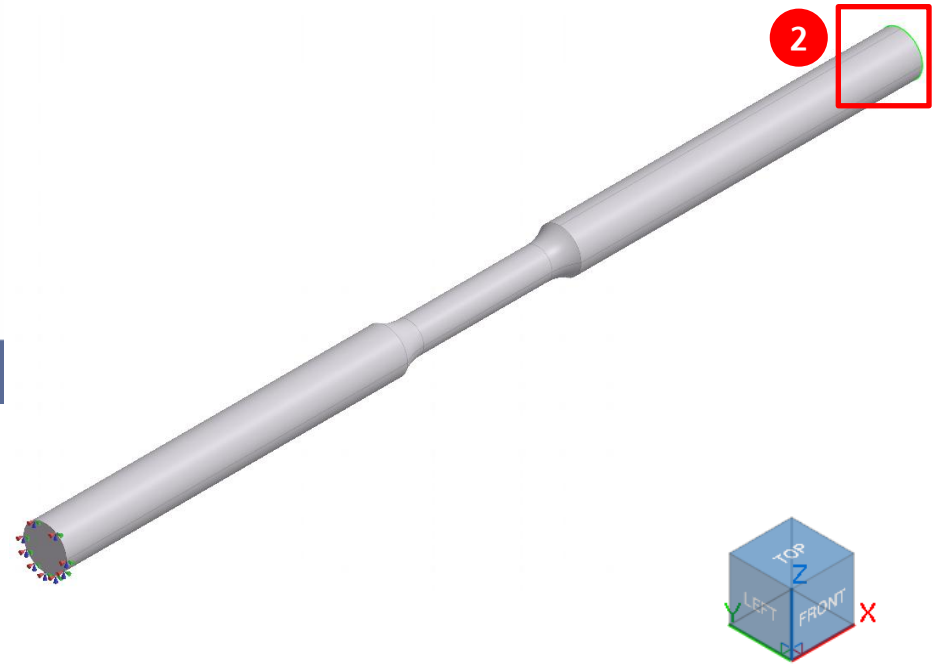
**방향**

Tx 7 mm     Rx 0

Ty 0 mm     Ry 0

Tz 0 mm     Rz 0

[↺] [3] [✓] [⊕] [⊗]



# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 09

- ① [해석 제어] 더블 클릭
- ② [기하 비선형] 활성화
- ③ [확인] 클릭



모델 창

모형 설정	재료	색상
<ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> 파트(1)</li> <li> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> 파트(52) tensile</li> </ul> </li> <li>재료                             <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> 접촉</li> </ul> </li> <li><input checked="" type="checkbox"/> 경계조건(1)                             <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> 경계 조건-1 구속조건</li> </ul> </li> <li><input checked="" type="checkbox"/> 하중(1)                             <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> 강제변위-1 강제변위</li> </ul> </li> </ul>		

해석 창

- 해석케이스
  - 비선형 정적해석-1
    - 해석제어**
    - 모형(1)
    - 접촉
    - 경계조건(1)
    - 하중(1)

해석 제어

비선형 제어

- 기하비선형

증분개수

수렴기준 / 오류오차

- 변위 (U)
- 하중 (P)
- 일량 (W)

중간 결과 출력

모든 증분(2등분된 증분 제외) N

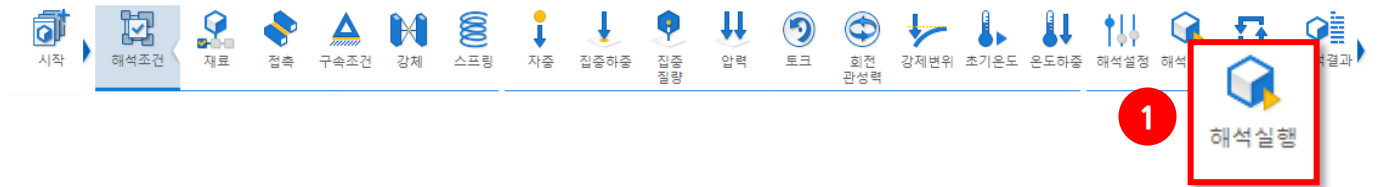
고급 비선형 파라미터

3  + ×

# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 10

- ① [해석실행] 클릭
- ② 목록 중 계산하고자 하는 해석 케이스 체크 후 확인 클릭



midas MeshFree Solver

	이름	종류
<input checked="" type="checkbox"/>	비선형 정적해석-1	비선형정적

2
✓
✕

[배치 해석]

### [배치 해석]

형상이 동일하고 해석 조건이 다른 여러 해석을 한번에 수행하고자 할 때 유용한 기능입니다.

진행 항목 [1/1]

- 오토 그리드 계산
- 그리드 생성
- 접촉 검색
- 셋업
- 반복 계산

80%

취소

[프로그래스 바]

### [프로그래스 바]


프로그래스 바는 현재 진행중인 해석 과정을 보여줍니다. 이때 [해석 중지]를 누르게 되면 진행하던 해석이 중지됩니다.

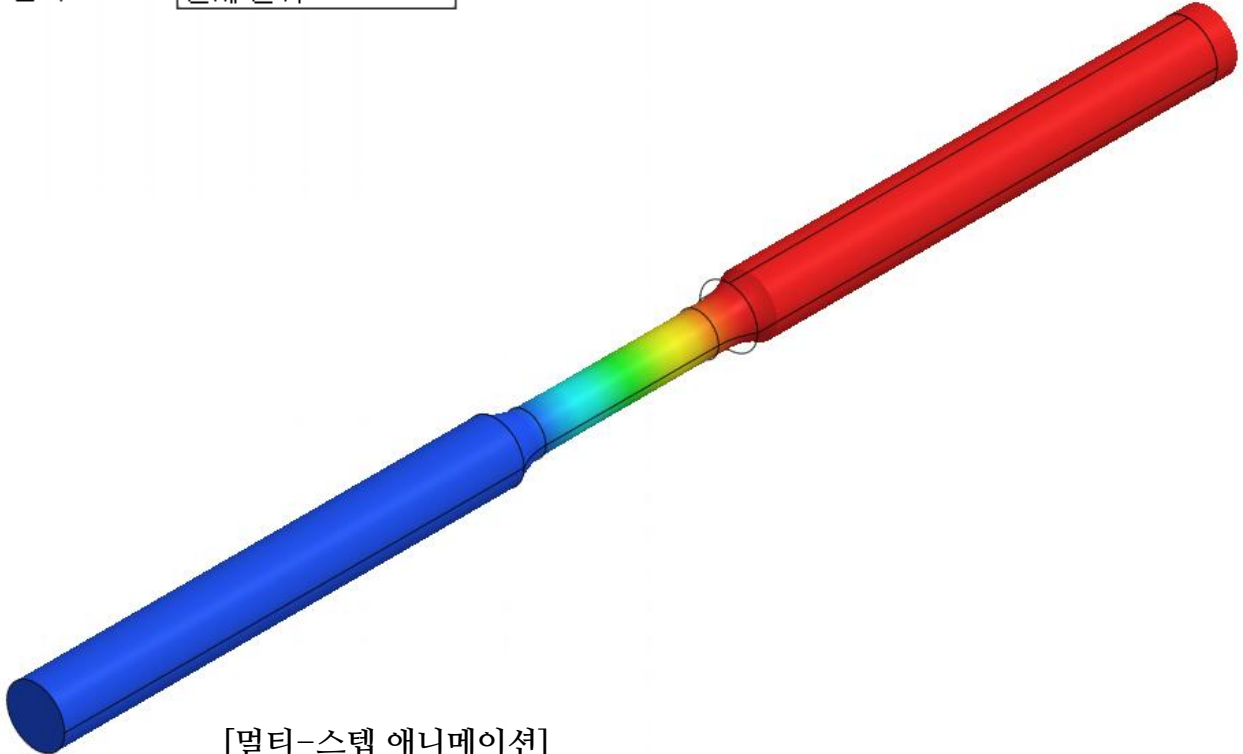
# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 11

- ① 변형결과 확인
- ② 비선형 해석은 항상 실제스케일로 결과를 확인합니다.

시작 | 해석조건 | **해석결과** | 포인트 값 | 반력계산 | 결과값 곡선 | 결과파일 열기 | 결과값 비교 | 결과값 비교 | 스케일(1) | 단위 | **실제스케일** |  컨투어 연속 |  최대최소 |  특징선 보기 |  애니메이션 |  레전드


해석조건: 비선형 정적해석-1  
 스텝: INCR=12 (LOAD=1.000)   
 결과: 전체 변위



[멀티-스텝 애니메이션]

비선형 정적 해석은 다중의 증분을 통해 수행되는 계산입니다.  
 해당 해석에서 애니메이션을 확인하고자 할 때는 항상 멀티-스텝 애니메이션 기능을 활성화합니다.



▶ || ⏪ ⏩ ⏴ ⏵ | 레벨 3 (보통) | 

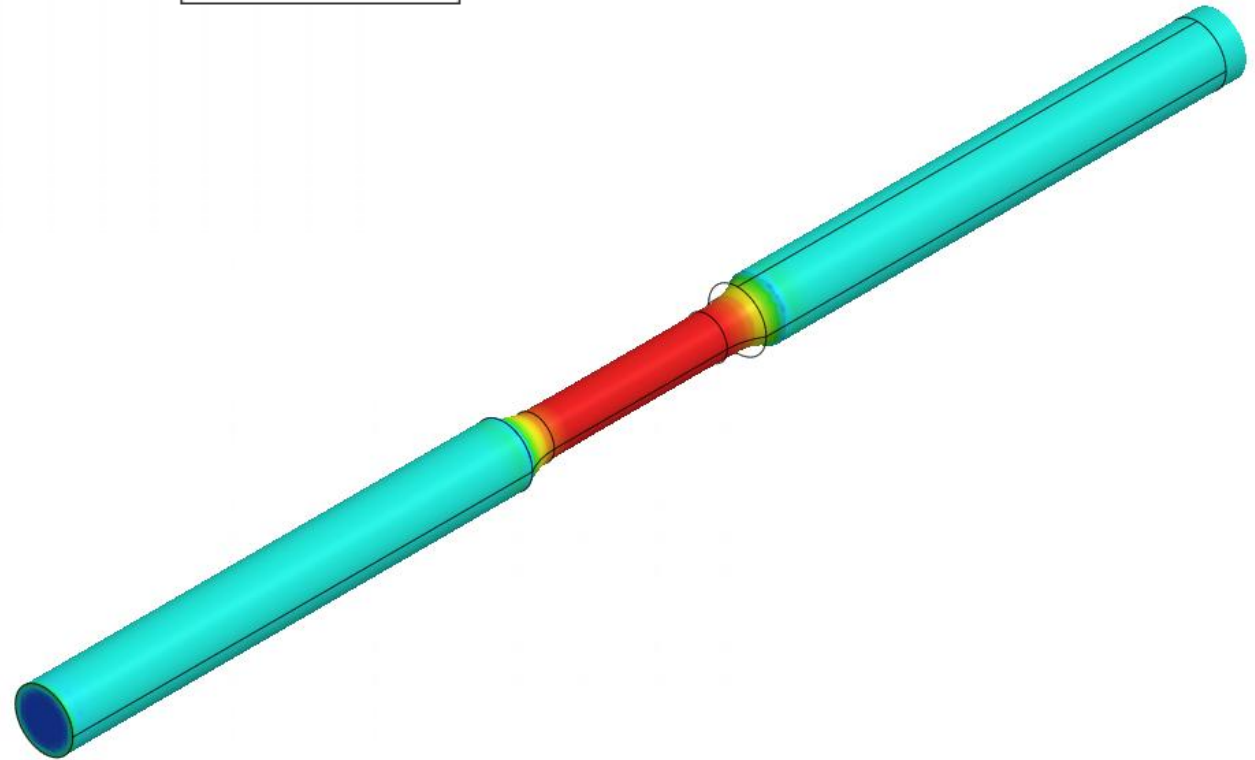
# 비선형 정적 해석(탄소성 재료)

## Tensile Test - STEP 12

- ① 응력결과 확인
- ② 재료 비선형의 응력결과는 항상 등가 응력을 통해 확인합니다.
  - Von-mises 응력은 재료 중 선형 구간에 대한 결과입니다.
  - 등가 응력은 재료 중 비선형 구간을 반영한 결과입니다.

시작 | 해석조건 | **해석결과** | 포인트값 | 반력계산 | 결과값 곡선 | 결과파일 열기 | 결과값 비교 | 결과값 비교 | 스케일(1) | **실제스케일** |  컨트롤러 연속 |  최대최소 |  특징선 보기 |  애니메이션 |  레전드

해석조건: 비선형 정적해석-1  
 스텝: INCR=12 (LOAD=1.000)  
 결과: 등가 응력

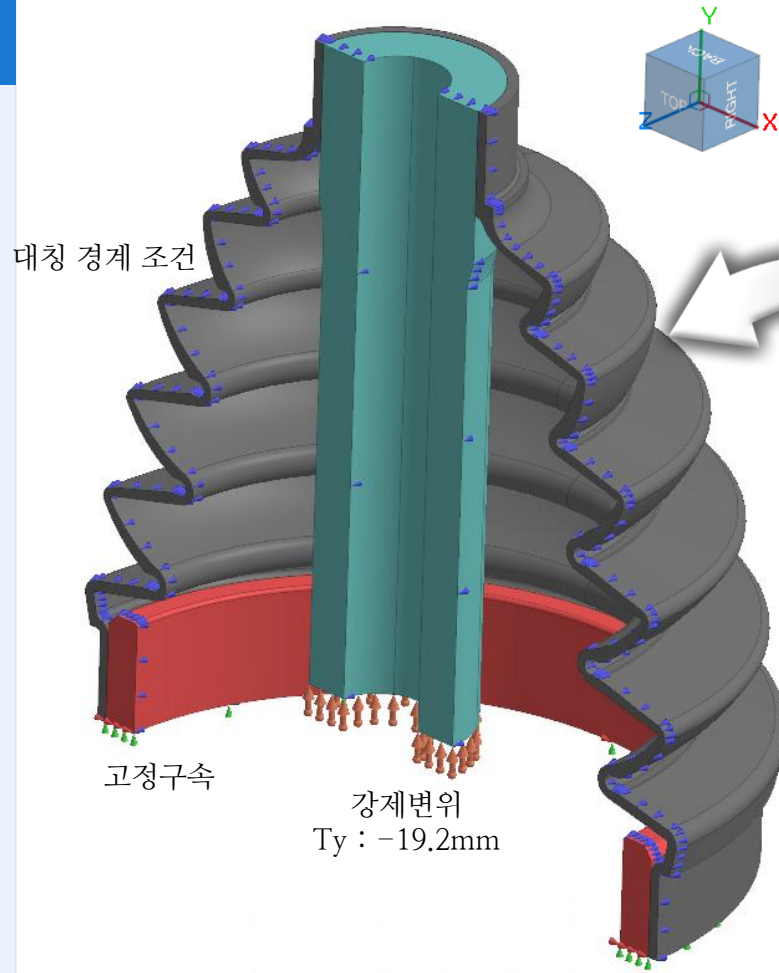


# 재료비선형 따라하기

## - 초탄성 재료 -

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 00



초탄성 재료 적용

### [예제 목적]

본 예제에서는 초탄성 재료의 설정 방법을 확인하고자 합니다.

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 01

- ① [해석 케이스] 클릭
- ② [비선형 정적 해석] 클릭
- ③ [확인] 클릭



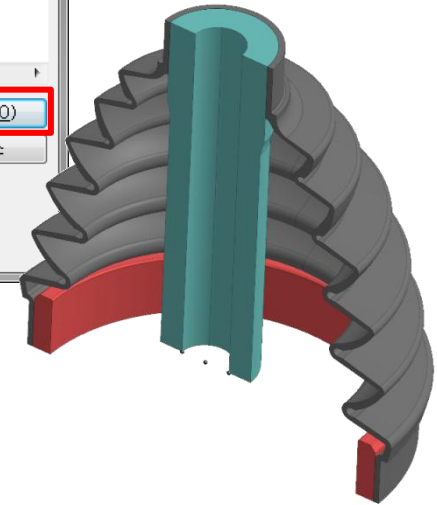
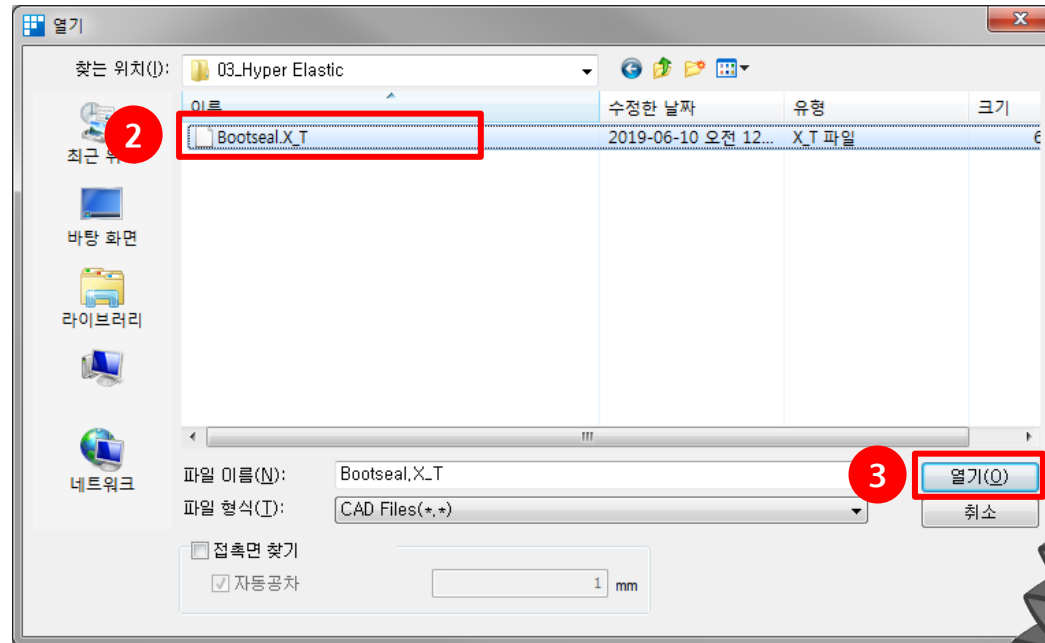
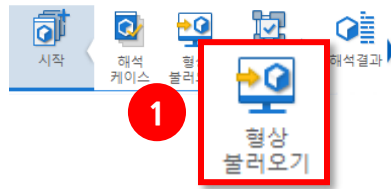
### [비선형 정적 해석]

비선형정적해석은 구조물에 가해지는 하중이 점점 증가함에 따라 재질의 특성이 비선형성을 나타내는 재료비선형, 변위 또는 회전량이 커짐으로써 하중의 작용방향과 분포, 크기가 달라지는 문제를 고려하는 기하비선형, 요소간 경계부분의 비선형이나 경계조건의 변화로 인해 생기는 접촉 등을 고려하는 경계비선형 문제를 해결하기 위한 해석 방법입니다.

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 02

- ① [형상 불러오기] 클릭
- ② [Bootseal.X\_T] 클릭
- ③ [확인] 클릭



### [CAD Interface]

MeshFree에서 지원하는 CAD Interface는 다음과 같습니다.

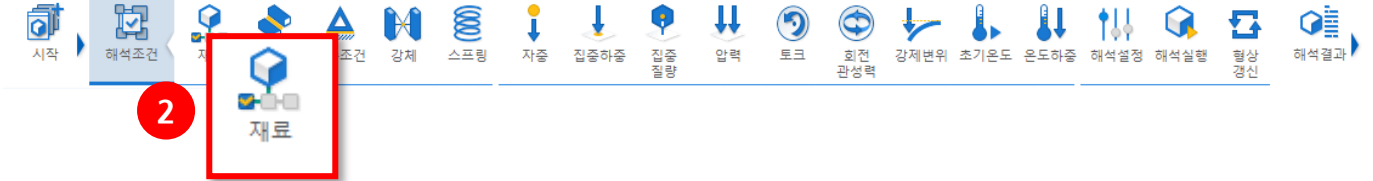
Parasolid Files	ACIS Files	STEP Files	IGES Files	Pro-E Files
SolidWorks Files	Unigraphics Files	Inventor Files	Solid Edge Files	CATIA Files

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 03

- ① [해석조건] 클릭
- ② [재료] 클릭
- ③ [생성] >> [초탄성] 클릭

뒷 장에 이어서 진행됩니다.



### 재료 정의 X

재료 미할당 형상 보기

재료 색상으로 보기

이름	재료
Body.3 ( BODY.3 - wsp *M...	미할당
PartBody ( *SOL1 - wsp *...	미할당
Body.2 ( BODY.2 - wsp *M...	미할당

Alloy Steel
생성 ▼

탄소성

초탄성

>>

✓

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 04

- ① 이름 : Bootseal로 정의
  - ② [실험 데이터 변환] 클릭
- 뒷 장에 이어서 진행됩니다.



**재료 정의**

All 1

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI\_310\_SS
- AISI\_410\_SS
- AISI\_Steel\_1005
- AISI\_Steel\_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI\_Steel\_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel\_718\_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel\_PH15-5
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD1
- Steel
- Steel\_Rolled
- SUS304
- SUS316
- SUS316L
- Wrought Stainless Steel
- Ductile Iron
- Gray Cast Iron
- Iron\_40
- Iron\_60
- Iron\_Cast\_G25
- Iron\_Cast\_G40

이름 Bootseal    색상 [Color]

초탄성 열전달

일반

질량 밀도  kg/mm<sup>3</sup>

열팽창계수

기준 온도  [°C]

모델 종류 Polynomial

뒤틀림 변형에너지 다항식의 차 1

볼륨 변형에너지 다항식의 차수 1

변형 상수

전단 계수   프와송비

뒤틀림

A 10	A 01				
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>				
A 20	A 11	A 02			
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>			
A 30	A 21	A 12	A 03		
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>		
A 40	A 31	A 22	A 13	A 04	
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	
A 50	A 41	A 32	A 23	A 14	A 05
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>

볼륨

D1	D2	D3	D4	D5
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>

단위: N/mm<sup>2</sup> 2 실험 데이터 변환

Page 64

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 05



- ① [함수 생성] 클릭
- ② 함수 이름 [단축 인장]으로 정의
- ③ 첨부된 데이터 붙여넣기
- ④ [확인] 클릭
- ⑤ 함수 이름을 [없음]으로 지정 후 다시 [함수 생성] 클릭
- ⑥ 함수 이름 [양축 인장]으로 정의
- ⑦ 첨부된 데이터 붙여넣기
- ⑧ [확인] 클릭

뒷 장에 이어서 진행됩니다.

**실험 데이터 변환**

실험 데이터 세트

종류: 단순 인장/압축

함수 이름: **없음**

추가 수정 삭제

종류: 함수 이름

볼륨 변환에 쓰일 방법

데이터를 사용  프와송비 0.4995

계산시 사용할 데이터 범위 0 ~ 0

계산식의 특성

종류: Polynomial

뒤틀림 변형 차수: 1

볼륨 변형 차수: 1

추가 수정 삭제

종류: 뒤틀림 변형 차수 볼륨 변형 차수

오차 기준: 상대적인 오차

특이값을 제외하기 위한 상태수 10000

실험 데이터 계산

**일반함수**

이름: 단축 인장

변형률/신장률	응력 (N/mm <sup>2</sup> )
0	0
0.0009	0.0196
0.0018	0.0391
0.0028	0.088
0.0046	0.117
0.0065	0.147
0.0101	0.176
0.0129	0.235
0.0147	0.264
0.0175	0.293
0.023	0.323
0.0258	0.391
0.0295	0.43
0.0323	0.45
0.0387	0.489
0.0415	0.547

확인

**일반함수**

이름: 양축 인장

변형률/신장률	응력 (N/mm <sup>2</sup> )
0	0
0.0026	0.0934
0.0043	0.182
0.0085	0.305
0.0111	0.38
0.0136	0.45
0.0179	0.543
0.0204	0.598
0.0247	0.652
0.0272	0.734
0.0306	0.789
0.0349	0.869
0.0383	0.92
0.0408	0.971
0.0459	1.05
0.0485	1.09

확인

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 06



① 아래의 표를 참고하여  
실험 데이터 세트 추가

종류	함수이름
단순 인장/압축	단순 인장
등가 2축 인장	양축 인장

② 아래의 표를 참고하여  
계산식의 특성 추가

종류	Polynomial
뒤틀림 변형 차수	1차
볼륨 변형 차수	1차

③ [실험 데이터 계산] 클릭

뒷 장에 이어서 진행됩니다.

**실험 데이터 변환**

**1** 실험 데이터 세트

종류: 단순 인장/압축  
 함수 이름: 단순 인장  
 [추가] [수정] [삭제]

종류	함수 이름
단순 인장/압축	단순 인장
등가 2축 인장	양축 인장

볼륨 변형에 쓰일 방법  
 데이터를 사용 (양축 인장)  
 프와송비 (0.4995)  
 계산시 사용할 데이터 범위 (0 ~ 0)

**2** 계산식의 특성

종류: Polynomial  
 뒤틀림 변형 차수: 1  
 볼륨 변형 차수: 1  
 [추가] [수정] [삭제]

종류	뒤틀림 변형 차수	볼륨 변형 차수
Polynomial	1	1

오차 기준: 상대적인 오차  
 특이값을 제외하기 위한 상태수: 10000

**3** 실험 데이터 계산 [확인] [취소]

### [실험 데이터]

초탄성 재질은 탄소성과 다르게 공칭 응력/공칭 변형률 데이터를 입력합니다.

초탄성 거동을 정확하게 묘사하기 위해서는 최대한 많은 실험 데이터를 입력해야 합니다.

### [고무 상수 계산식]

midas MeshFree는 Polynomial, Ogden의 계산식을 제공하고 있습니다. 이 때, 최대한 실험 데이터를 반영할 수 있는 모델과 변형 차수를 선택해야 합니다.

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 07



- ① 실험 데이터와 계산된 데이터를 확인합니다.
- ② [닫기] 버튼을 클릭하여 값을 획득합니다.

뒷 장에 이어서 진행됩니다.

**실험 데이터 현황**

종류	뒤틀림 변형 차수	볼륨 변형 차수
Polynomial	1	1

**뒤틀림**

A10	A01				
0.596207632	1.18322862				
A20	A11	A 02			
0	0	0			
A30	A21	A 12	A 03		
0	0	0	0		
A40	A31	A 22	A 13	A 04	
0	0	0	0	0	
A50	A41	A 32	A 23	A 14	A 05
0	0	0	0	0	0

**볼륨**

D 1				
1778.84311				
D 2				
0				
D 3				
0				
D 4				
0				
D 5				
0				

그려줄 그래프 선택

단순 인장/압축     등가2축인장     단순전단     순수볼륨전단

순수볼륨전단

보여줄 구간: 0 ~ 0.3917

**실험 경신**

**재료 안정성 한계치 정보**

Uniaxial tension : stable  
 Uniaxial compression : unstable at a nominal strain less than = -0.5100  
 Equibiaxial tension : stable  
 Equibiaxial compression : stable  
 Pure shear tension : stable  
 Pure shear compression : unstable at a nominal strain less than = -0.5900

UNSTABLE HYPERELASTIC MATERIAL

**단순 인장/압축**

**단순전단**

**등가2축인장**

**순수볼륨전단**

### [고무 상수 계산 결과]

붉은 그래프는 계산된 값이며 푸른색 그래프는 실험 값입니다.

실험값과 계산된 값이 가장 일치하는 차수를 선택합니다.

다만, 너무 높은 차수는 음의 기울기를 형성할 수 있기 때문에 적절한 차수를 지정합니다.

본 예제에서는 1차식으로 계산합니다.

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 08

- ① 그림과 같이 Polynomial 1차항에 대해 계산된 값을 확인합니다.
- ② [확인] 클릭



### 재료 정의

All

이름

색상 [Color]

17-4PH, H1100  
AISI 1020  
AISI 1060  
AISI 304 SS Annealed  
AISI\_310\_SS  
AISI\_410\_SS  
AISI\_Steel\_1005  
AISI\_Steel\_1008+HR  
AISI 4340 Annealed  
AISI\_Steel\_Maraging  
Alloy Steel  
Cast Alloy Steel  
Cast Carbon Steel  
Cast Stainless Steel  
Chrome Stainless Steel  
FC250  
Galvanized Steel  
Hp-1  
Hp-4  
Inconel\_718\_Aged  
Plain Carbon Steel  
S/Steel\_PH15-5  
SAPH-400  
SE508  
SGACC  
SGACEN  
SGARC340-E  
SGCC  
SGCD1  
Steel  
Steel\_rolled  
SUS304  
SUS316  
SUS316L  
Wrought Stainless Steel  
Ductile Iron  
Gray Cast Iron  
Iron\_40  
Iron\_60  
Iron\_Cast\_G25  
Iron\_Cast\_G40

**초탄성 열전달**

일반

질량 밀도  kg/mm<sup>3</sup>

열팽창계수

기준 온도  [°C]

모델 종류

뒤틀림 변형에너지 다항식의 차

볼륨 변형에너지 다항식의 차수

변형 상수

전단 계수   프와송비

뒤틀림

A 10	A 01				
0.596207	1.183228				
A 20	A 11	A 02			
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>			
A 30	A 21	A 12	A 03		
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>		
A 40	A 31	A 22	A 13	A 04	
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	
A 50	A 41	A 32	A 23	A 14	A 05
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>

볼륨

D 1	D 2	D 3	D 4	D 5
1778.8431	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>

단위: N/mm<sup>2</sup> 실험 데이터 변환

블러우기

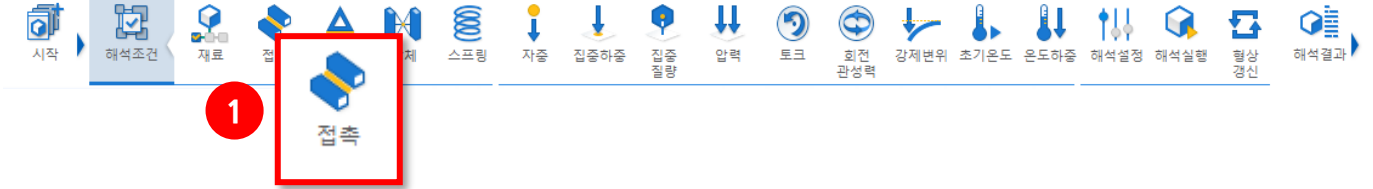
편집

3
✓



# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 10



- ① [접촉] 클릭
- ② 아래의 표를 참고하여 접촉 조건 정의

방법	자동 접촉
대상	그림 참고
타입	일체거동 접촉
범위	자동

- ③ [확인] 클릭

2

**접촉** ✕

**선택** ^

3개 대상 선택됨

**타입** ^

일체거동 접촉 v

마찰계수 0

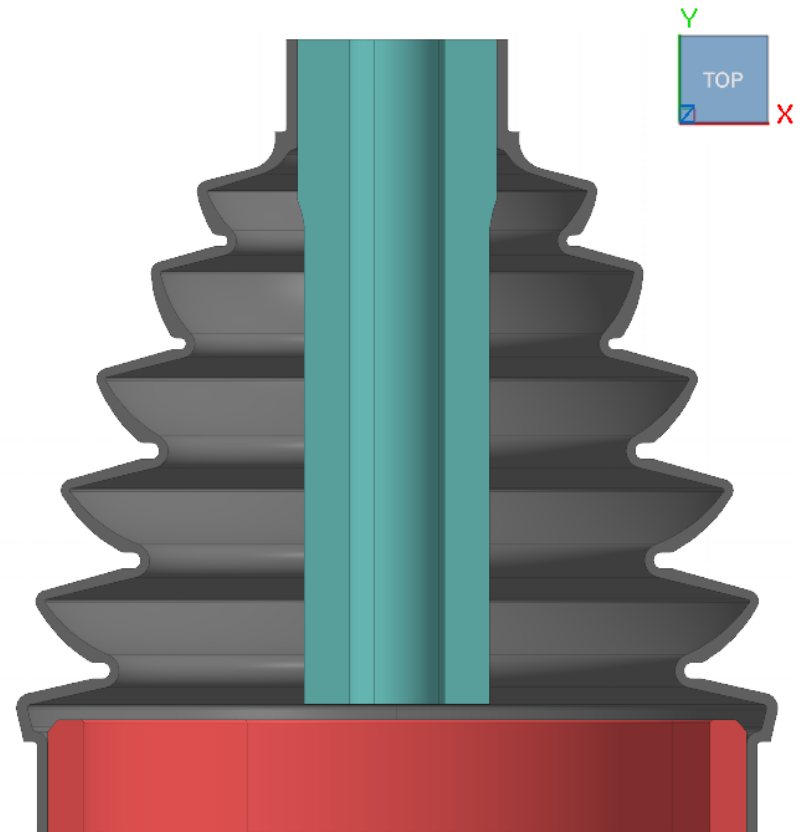
수직 강성 계수 0.1

수평 강성 계수 0.01

**범위** ^

검색범위 0.156541 mm

↺ ✓ + ✕



# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 11

- ① [구속조건] 클릭
  - ② 아래의 표를 참고하여 구속 조건 정의
- |    |            |
|----|------------|
| 방법 | 면          |
| 대상 | 그림 참고(1개면) |
| 타입 | 완전 고정 구속   |
- ③ [확인] 클릭



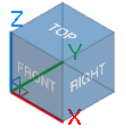
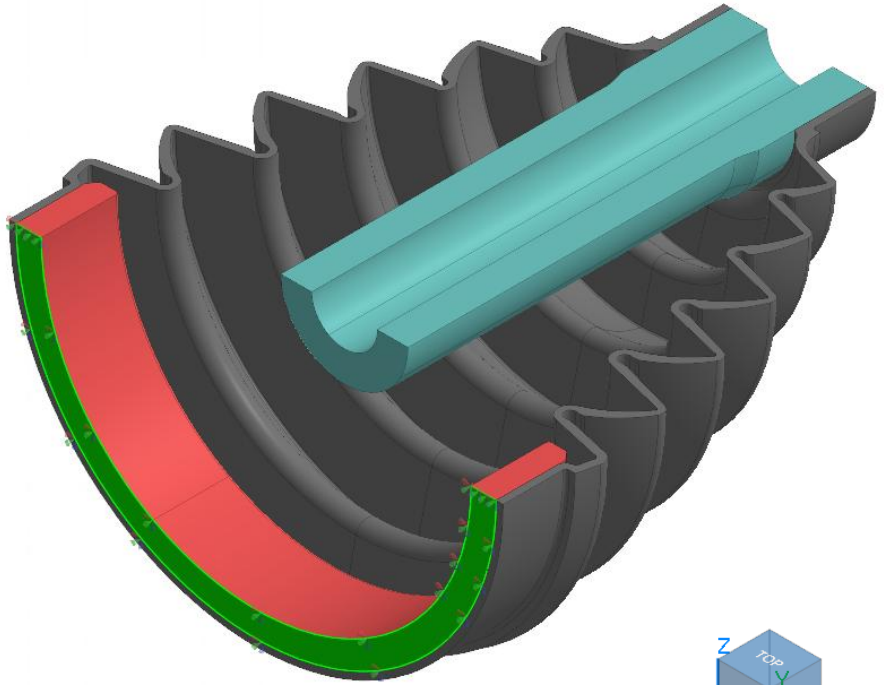
**구속조건 정의**

이름:

**선택**  
 면: 1개 대상 선택됨

**대칭 조건**  
 XY  YZ  ZX

**자유도 구속**  
 Tx  Ty  Tz



# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 12

- ① [구속조건] 클릭
  - ② 아래의 표를 참고하여 대칭 조건 정의
- |    |            |
|----|------------|
| 방법 | 면          |
| 대상 | 그림 참고(6개면) |
| 타입 | XY 대칭      |
- ③ [확인] 클릭



**구속조건 정의**

이름:

**선택**

면: 6개 대상 선택됨

**대칭 조건**

XY

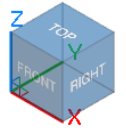
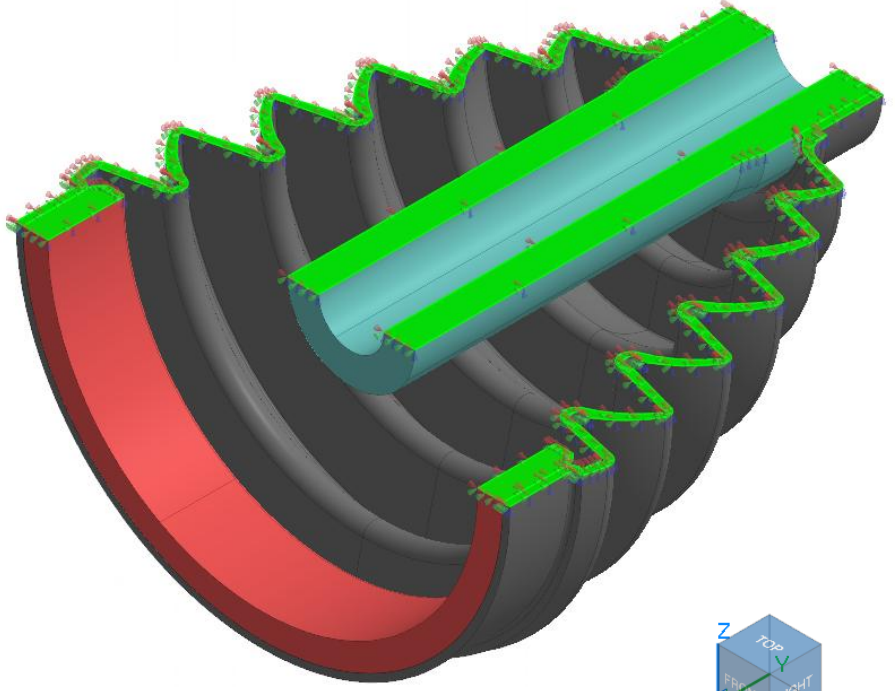
YZ

ZX

**자유도 구속**

Tx   
  Ty   
  Tz

↺
✓
+
✕



# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 13

- ① [강제변위] 클릭
- ② 아래의 표를 참고하여 하중 조건 정의

대상	그림 참고(1개면)
방향	값
Ty	-19.2mm

- ③ [확인] 클릭



2

**강제변위 정의** [X]

이름: 강제변위-1

→ 1개 대상 선택됨

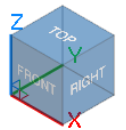
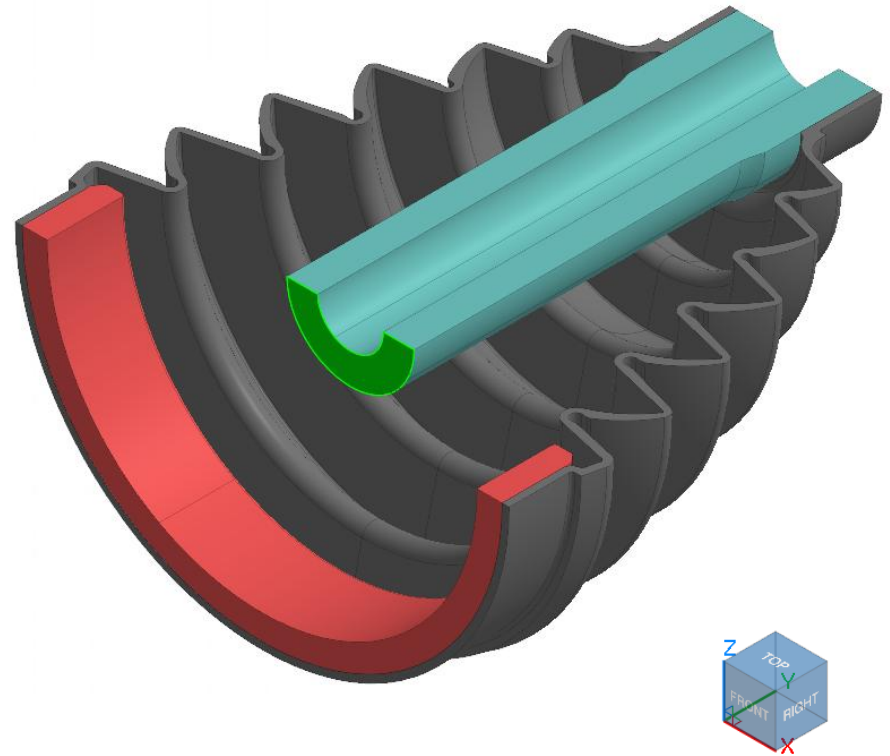
**방향** [^]

Tx 0 mm     Rx 0

Ty -19.2 mm     Ry 0

Tz 0 mm     Rz 0

[↺] [✓] [+] [✕]



# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 14

- ① [해석 제어] 더블 클릭
- ② [기하 비선형] 활성화
- ③ [확인] 클릭



재료    색상

- 모델 설정
  - 파트(3)
    - Body.3 ( BO... Alloy Steel
    - PartBody ( \*\_... test
    - Body.2 ( BO... Alloy Steel
  - 점 [4]
- 재료
  - Alloy Steel
  - Bootseal
- 접촉(2)
- 경계조건(2)
- 하중(1)

---

해석 창    ≡ 무

- 해석케이스
  - 비선형 정적해석-1
    - 해석제어
    - 모델(3)
    - 접촉(2)
    - 경계조건(2)
    - 하중(1)

해석 제어
✕

비선형 제어
^

2
 기하비선형

증분개수

수렴기준 / 오류오차
 

변위 (U)

하중 (P)

일량 (W)

중간 결과 출력
 

모든 증분(2등분된증분 제외) ▾
N

3

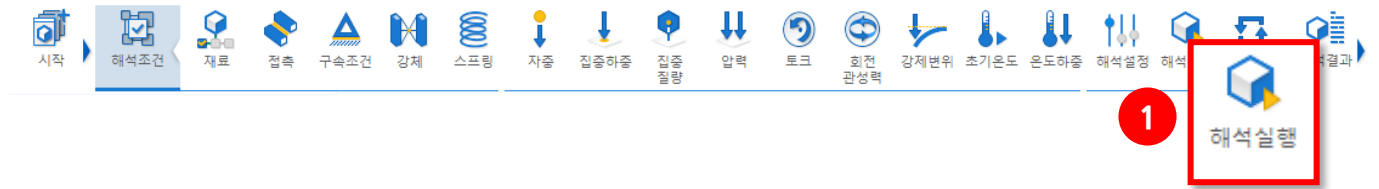
+
✕

Page 74

# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 15

- ① [해석실행] 클릭
- ② 목록 중 계산하고자 하는 해석 케이스 체크 후 확인 클릭



midas MeshFree Solver

이름	종류
<input checked="" type="checkbox"/> 비선형 정적해석-1	비선형정적

2

[배치 해석]

### [배치 해석]

형상이 동일하고 해석 조건이 다른 여러 해석을 한번에 수행하고자 할 때 유용한 기능입니다.

진행 항목 [1/1]

- 오토 그리드 계산
- 그리드 생성
- 접촉 검색
- 셋업
- 반복 계산

80%

취소

[프로그래스 바]

### [프로그래스 바]

프로그래스 바는 현재 진행중인 해석 과정을 보여줍니다. 이때 [해석 중지]를 누르게 되면 진행하던 해석이 중지됩니다.

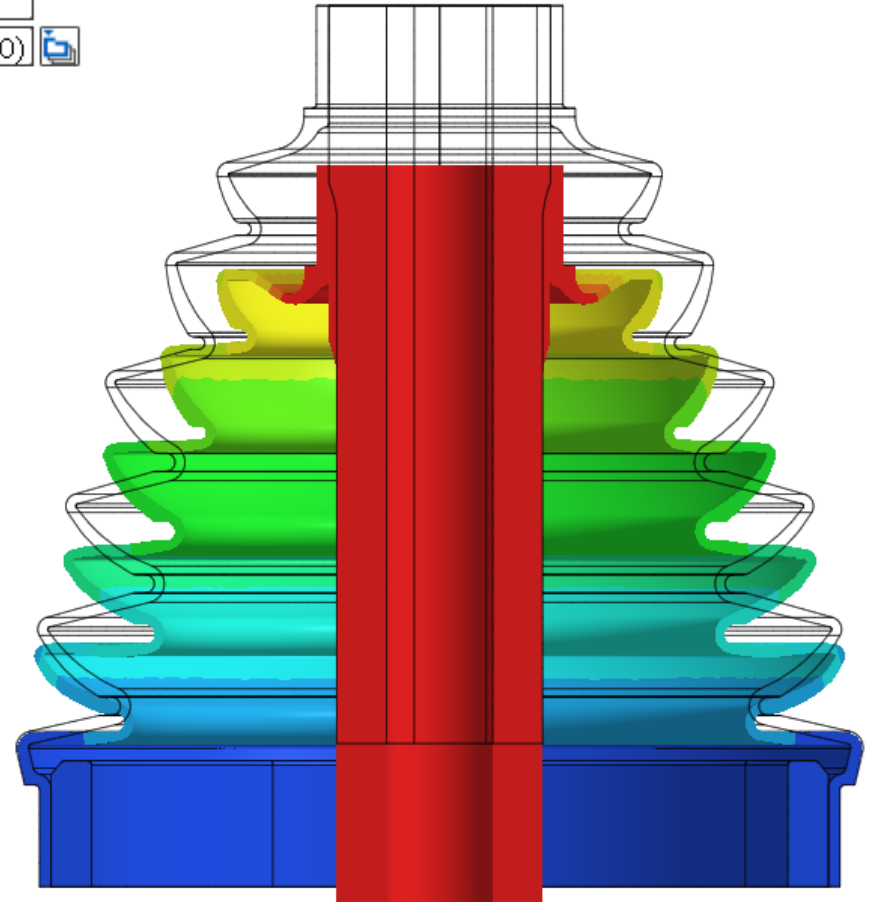
# 비선형 정적 해석(초탄성 재료)

## Bootseal - STEP 16

- ① 변형 결과 확인

시작 | 해석조건 | **해석결과** | 포인트 값 | 반력계산 | 결과값 곡선 | 결과파일 열기 | 결과값 비교점 선택 | 결과값 비교 | 스케일(x1) | 지수 | 그리드 비표시 | 소수점이하 자리수 5 |  컨투어 연속 |  최대최소 |  특징선 보기 |  애니메이션 |  레전드

해석조건: 비선형 정적해석-1  
 스텝: INCR=36 (LOAD=1.000)  
 결과: 전체 변위



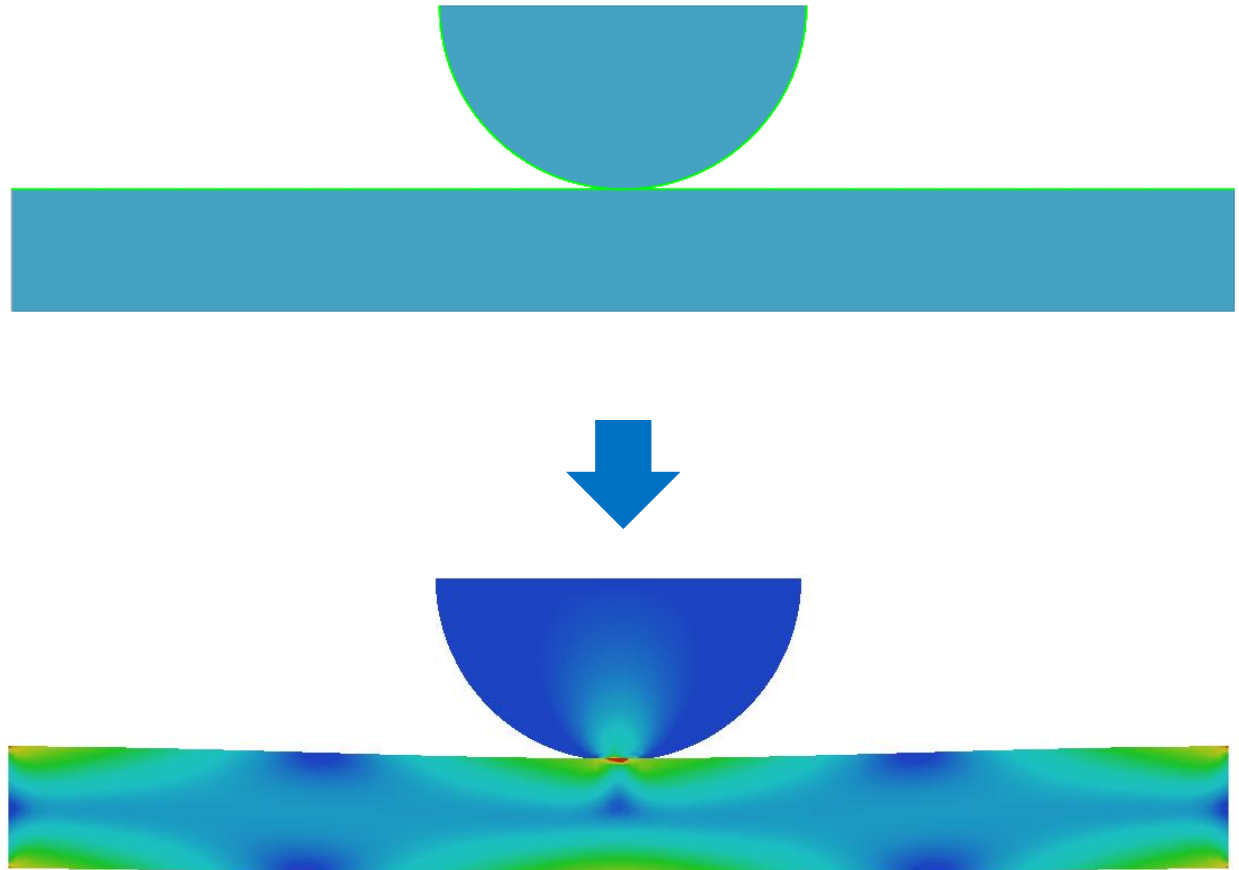
### [자동 하중 분할]

하중의 크기가 커서 해석의 수렴이 원활하지 않을 때 솔버에서 자동으로 하중을 분할합니다. 따라서 초기에 10개 증분으로 정의하더라도 이보다 많은 증분개수가 발생할 수 있습니다.

접촉비선형 따라하기

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 00



### [예제 목적]

본 예제에서는 비선형 정적 해석에 사용되는 수동 접촉을 적용하는 방법 및 전반적 프로세스를 확인하고자 합니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 01

- ① [시작 > 해석 케이스] 클릭
- ② [비선형 정적] 클릭
- ③ [확인] 클릭



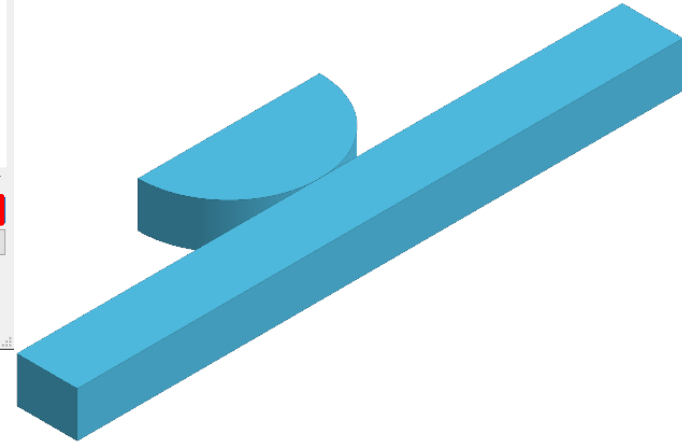
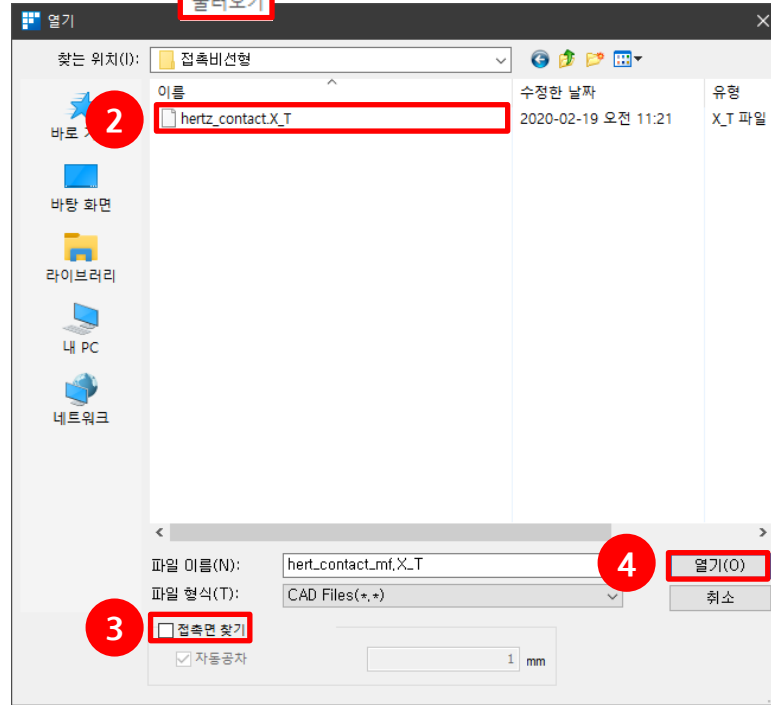
### [비선형 정적 해석]

비선형 정적 해석은 구조물에 가해지는 하중이 점점 증가함에 따라 재료의 특성이 비선형성을 나타내는 재료비선형, 변위 또는 회전량이 커짐으로써 하중의 작용방향과 분포, 크기가 달라지는 문제를 고려하는 기하비선형, 요소간 경계 부분의 비선형이나 경계조건의 변화로 인해 생기는 접촉 등을 고려하는 경계비선형 문제를 해결하기 위한 해석 방법입니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 02

- ① [시작 > 형상 불러오기] 클릭
- ② [hertz\_contact.X\_T] 클릭
- ③ [접촉면 찾기] 해제
- ④ [열기] 클릭



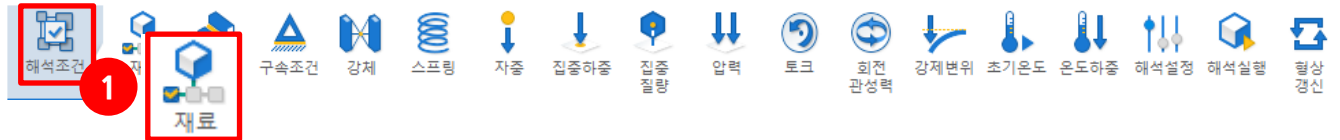
### [CAD Interface]

MeshFree에서 지원하는 CAD Interface는 다음과 같습니다.

Parasolid Files	ACIS Files	STEP Files	IGES Files	Pro-E Files
SolidWorks Files	Unigraphics Files	Inventor Files	Solid Edge Files	CATIA Files

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 03



- ① [해석조건 > 재료] 클릭
- ② [직선추출, 직선추출(1)] 클릭
- ③ 재료 지정
- ④ [확인] 클릭

### 재료 정의

재료 미할당 형상 보기
 

Alloy Steel

생성 ▼

재료 색상으로 보기
 

수정

이름	재료
직선추출	미할당
직선추출(1)	미할당

>>

✓

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 04



- ① [해석조건 > 접촉] 클릭
- ② [수동 접촉] 클릭
- ③ [접촉 이름 > 수동접촉] 입력
- ④ [타입 > 일반 접촉] 선택
- ⑤ [범위 > 0.001] 입력

뒷장에 이어서 진행됩니다.

**접촉 정의** [X]

2

이름 수동접촉 3

**선택** ^

<input checked="" type="checkbox"/>	2개 대상 선택됨
<input type="checkbox"/>	1개 대상 선택됨

**타입** ^

4
일반 접촉

마찰계수

수직 강성 계수

수평 강성 계수

**범위** ^

5
 mm

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 05



- ① 그림을 참고하여 2개의 면을 선택
- ② 그림을 참고하여 1개의 면을 선택
- ③ [확인] 클릭

**접촉 정의** [X]

이름

**선택** ^

- ①  2개 대상 선택됨
- ②  1개 대상 선택됨

**타입** ^

일반 접촉 ▾

마찰계수

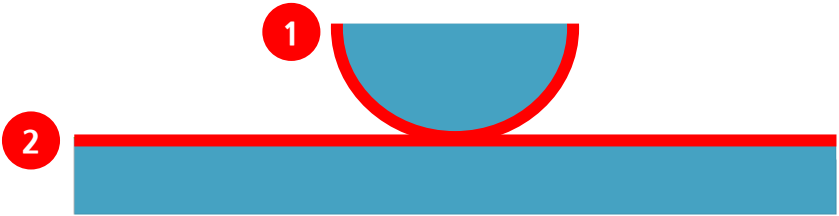
수직 강성 계수

수평 강성 계수

**범위** ^

mm

↶
③ 
+
×



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 06



- ① [해석조건 > 구속조건] 클릭
- ② [면] 클릭
- ③ [선택 > 대상선택] 클릭
- ④ 그림을 참고하여 3개의 면을 선택
- ⑤ [추가] 클릭

**구속조건 정의** ✕

이름

선택

면 대상선택

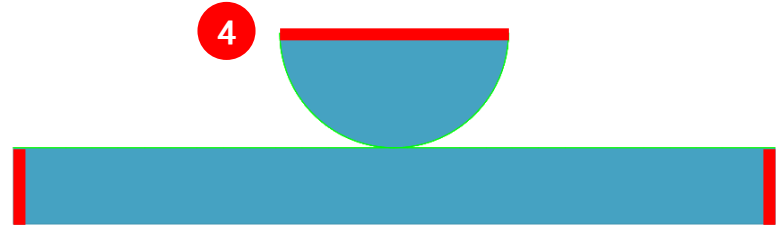
대칭 조건 ▾

자유도 구속 ▾

↶

+

✕

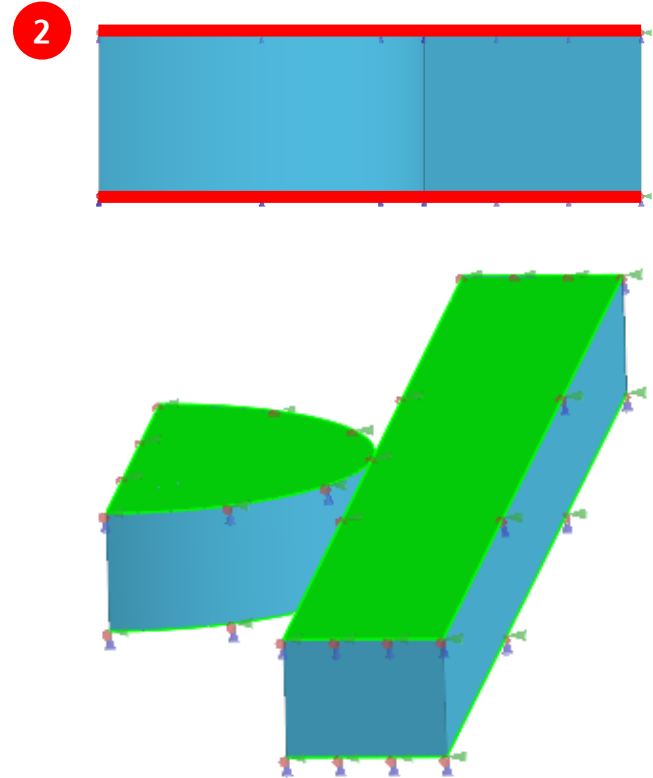
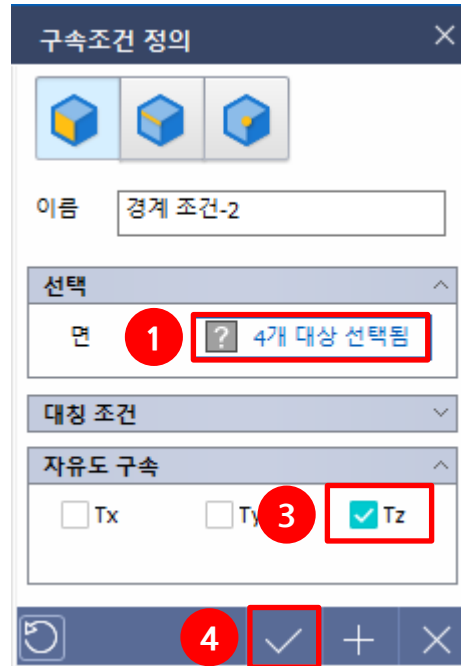


# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 07



- ① [선택 > 대상선택] 클릭
- ② 그림을 참고하여 4개의 면을 선택
- ③ [자유도 구속 > Tz] 체크 선택
- ④ [확인] 클릭



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 08



- ① [해석조건 > 강제변위] 클릭
- ② 그림을 참고하여 1개의 면을 선택
- ③ [방향 > Ty] -5mm 입력
- ④ [확인] 클릭

**강제변위 정의** [X]

이름: 강제변위-1

② [→] 1개 대상 선택됨

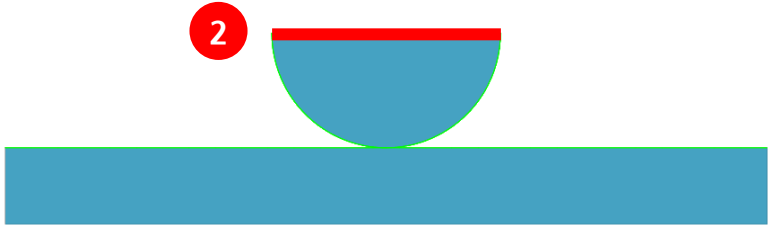
**방향** ^

Tx 0 mm     Rx 0

③  Ty -5 mm     Ry 0

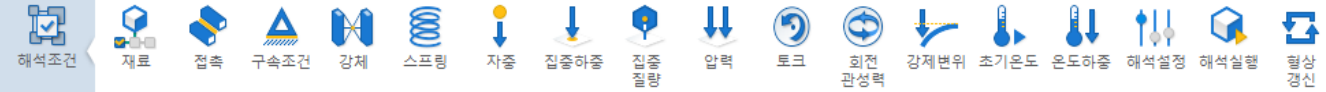
Tz 0 mm     Rz 0

④ [확인] + [X]

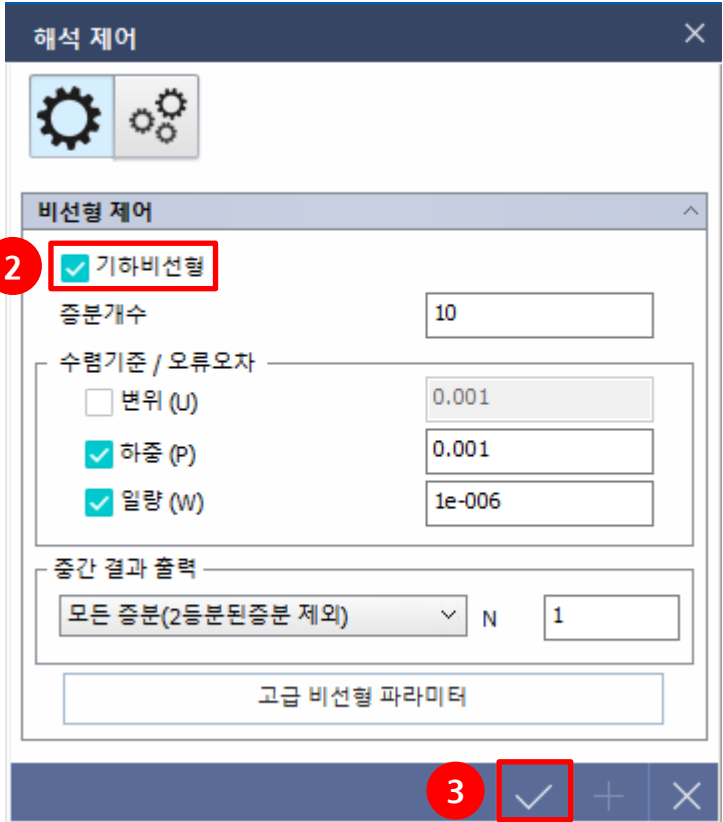


# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 09



- ① [해석 창 > 서브 해석제어] 더블클릭
- ② [해석 제어 > 비선형 제어 > 기하비선형] 클릭
- ③ [확인] 클릭

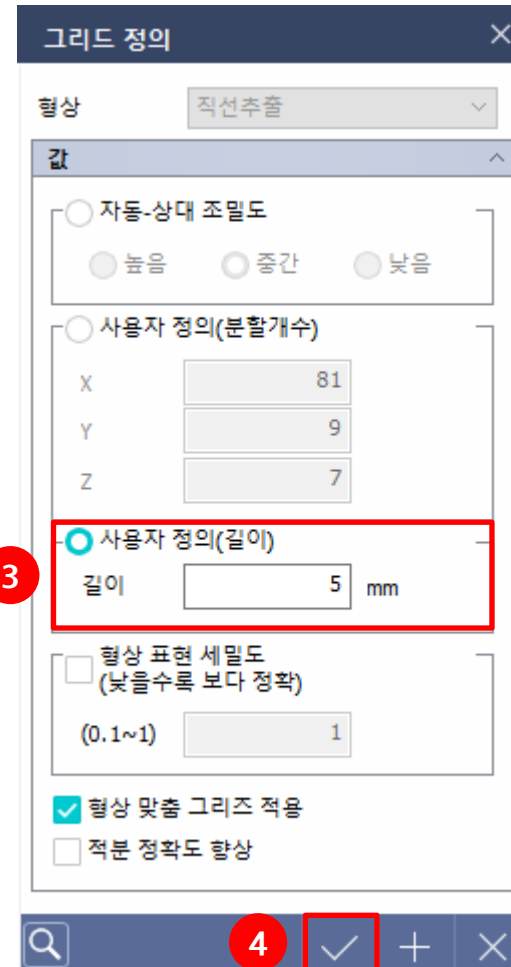
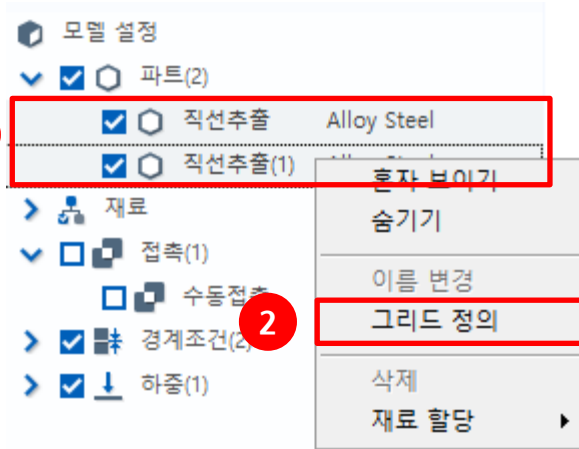
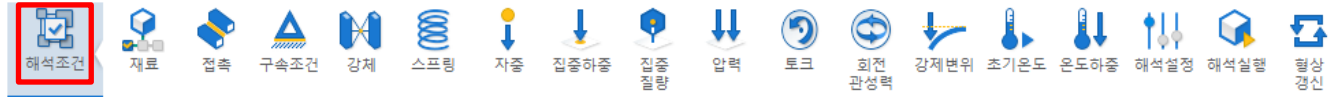


# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 10

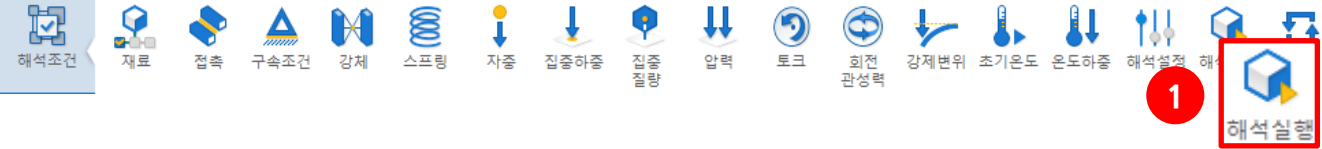
- ① **파트 2개 중복 선택 후 마우스 오른쪽 버튼 클릭**
- ② **[그리드 정의] 선택**
- ③ **[사용자 정의(길이)] 5mm 입력**
- ④ **[확인] 클릭**

해당 과정은 해석을 빠르게 진행하기 위한 과정입니다. 일반적인 상황에서는 수정을 권하지 않습니다.

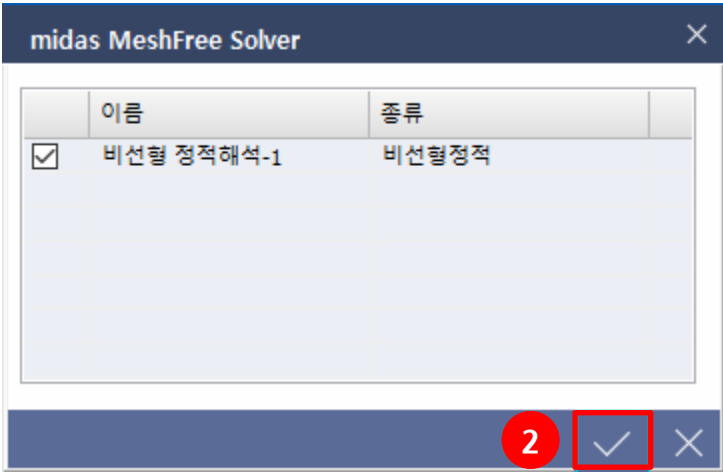


# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 11



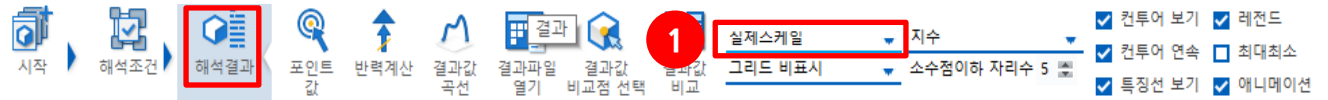
- ① [해석조건 > 해석실행] 클릭
- ② [확인] 클릭



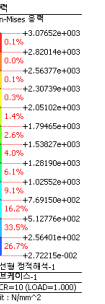
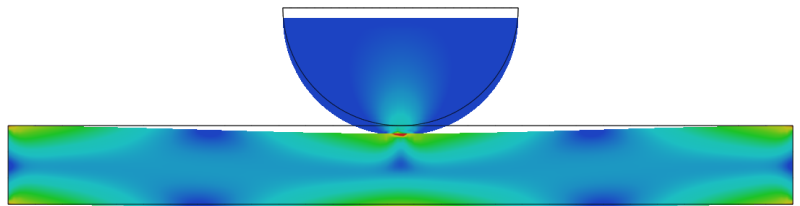
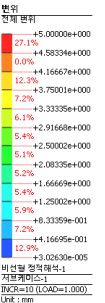
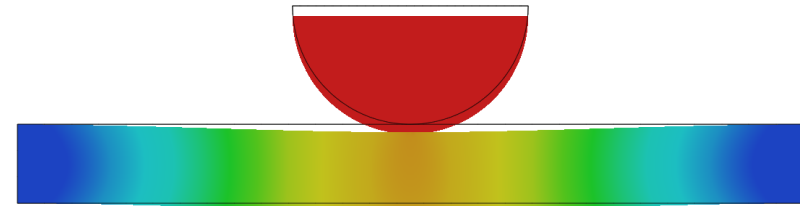
# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Hertz -STEP 12

- ① [실제스케일] 선택
- ② [결과 > 전체 변위 or von-Mises 응력] 확인

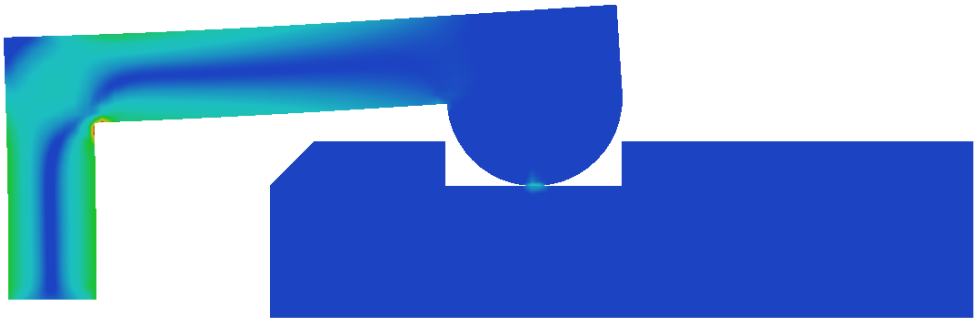


해석조건: 비선형 정적해석-1  
 서브케이스: 서브케이스-1  
 스텝: INCR=10 (LOAD=1.000)  
 결과: 전체 변위, von-Mises 변형률, von-Mises 응력, X축 방향 변위, Y축 방향 변위, Z축 방향 변위, 1 주응력, 2 주응력, 3 주응력, 유효 소성 변형률, 등가 응력, 접촉 수직력, 접촉 전단력, 접촉 압력, 접촉 전단응력



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 00



범용 플레이트  
von-Mises 변형률

0.1%	+1.18693e-002
0.1%	+1.08802e-002
0.0%	+9.89108e-003
0.1%	+8.90198e-003
0.1%	+7.91287e-003
0.0%	+6.92376e-003
0.5%	+5.93465e-003
1.2%	+4.94554e-003
2.6%	+3.95644e-003
3.4%	+2.96733e-003
6.7%	+1.97822e-003
7.9%	+9.89113e-004
77.3%	+5.32759e-009

비선형 정적해석-1  
자표제이츠-1  
INCR=21 (LOAD=1.000)  
Unit : None

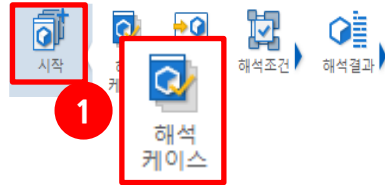
### [예제 목적]

본 예제에서는 경사진 부분을 타고 올라가면서 접촉이 발생하고, 이동변위가 큰 비선형 해석을 수행합니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 01

- ① [시작 > 해석 케이스] 클릭
- ② [비선형 정적] 클릭
- ③ [확인] 클릭



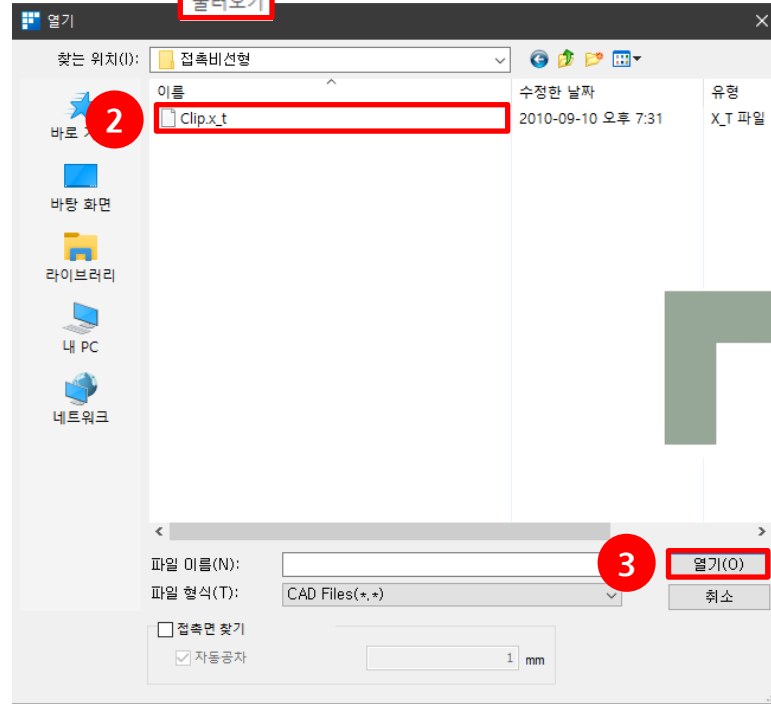
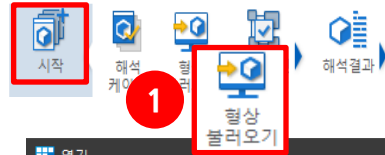
### [비선형 정적 해석]

비선형 정적 해석은 구조물에 가해지는 하중이 점점 증가함에 따라 재료의 특성이 비선형성을 나타내는 재료비선형, 변위 또는 회전량이 커짐으로써 하중의 작용방향과 분포, 크기가 달라지는 문제를 고려하는 기하비선형, 요소간 경계 부분의 비선형이나 경계조건의 변화로 인해 생기는 접촉 등을 고려하는 경계비선형 문제제를 해결하기 위한 해석 방법입니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 02

- ① [시작 > 형상 불러오기] 클릭
- ② [Clip.X\_T] 클릭
- ③ [열기] 클릭



### [CAD Interface]

MeshFree에서 지원하는 CAD Interface는 다음과 같습니다.

Parasolid Files	ACIS Files	STEP Files	IGES Files	Pro-E Files
SolidWorks Files	Unigraphics Files	Inventor Files	Solid Edge Files	CATIA Files

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 03



- ① [해석조건 > 재료] 클릭
- ② [파트(89), 파트(60)] 클릭
- ③ 재료 지정
- ④ [확인] 클릭

### 재료 정의

재료 미할당 형상 보기
 

Alloy Steel

생성 ▼

재료 색상으로 보기
 

수정

이름	재료	이름
파트(89)	미할당	
파트(60)	미할당	

➤➤

4

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 04



- ① [해석조건 > 접촉] 클릭
- ② [수동 접촉] 클릭
- ③ [접촉 이름 > 수동접촉] 입력
- ④ [타입 > 일반 접촉] 선택
- ⑤ [범위 > 0.001] 입력

뒷장에 이어서 진행됩니다.

**접촉 정의** ✕

2

이름  3

**선택** ^

2개 대상 선택됨

? 3개 대상 선택됨

**타입** ^

▼

마찰계수

수직 강성 계수

수평 강성 계수

**범위** ^

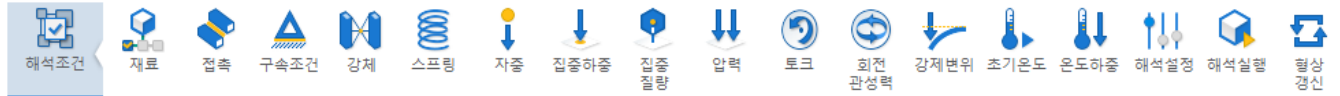
5
 mm

↺
✓
+
✕

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 05

- ① 그림을 참고하여 2개의 면을 선택
- ② 그림을 참고하여 1개의 면을 선택
- ③ [확인] 클릭



**접촉 정의** [X]

이름

**선택** [^]

2개 대상 선택됨 1

? 3개 대상 선택됨 2

**타입** [^]

일반 접촉 [v]

마찰계수

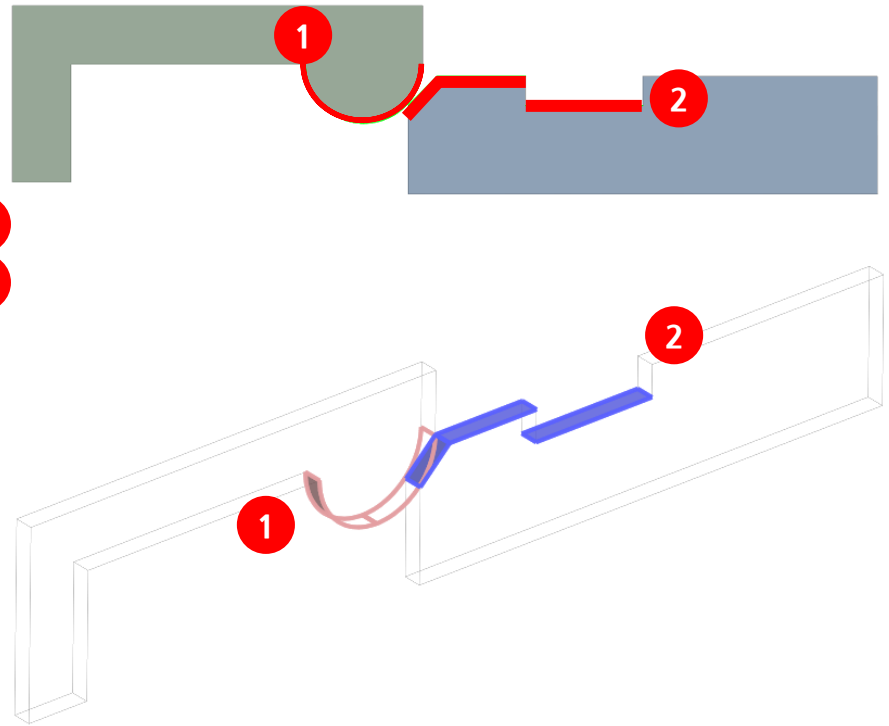
수직 강성 계수

수평 강성 계수

**범위** [^]

mm

[↺]
3
✓
+
×

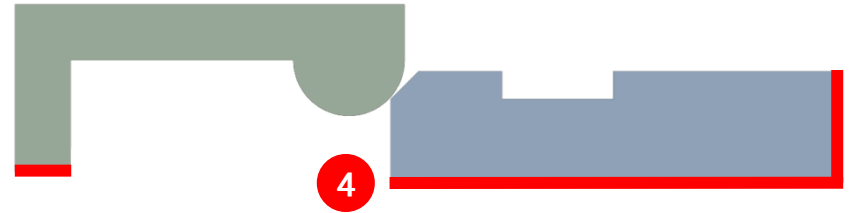
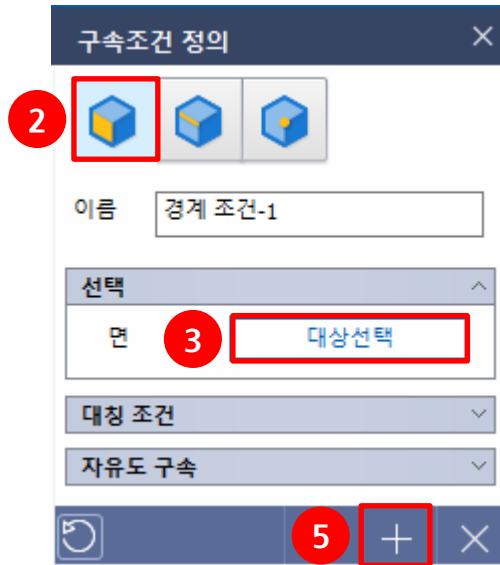


# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 06

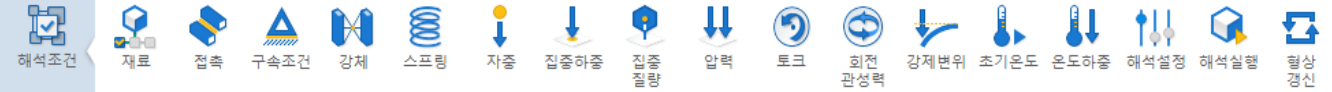


- ① [해석조건 > 구속조건] 클릭
- ② [면] 클릭
- ③ [선택 > 대상선택] 클릭
- ④ 그림을 참고하여 3개의 면을 선택
- ⑤ [추가] 클릭



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 07



- ① [선택 > 대상선택] 클릭
- ② 그림을 참고하여 4개의 면을 선택
- ③ [자유도 구속 > Tz] 체크 선택
- ④ [확인] 클릭

**구속조건 정의** [X]

이름:

**선택**

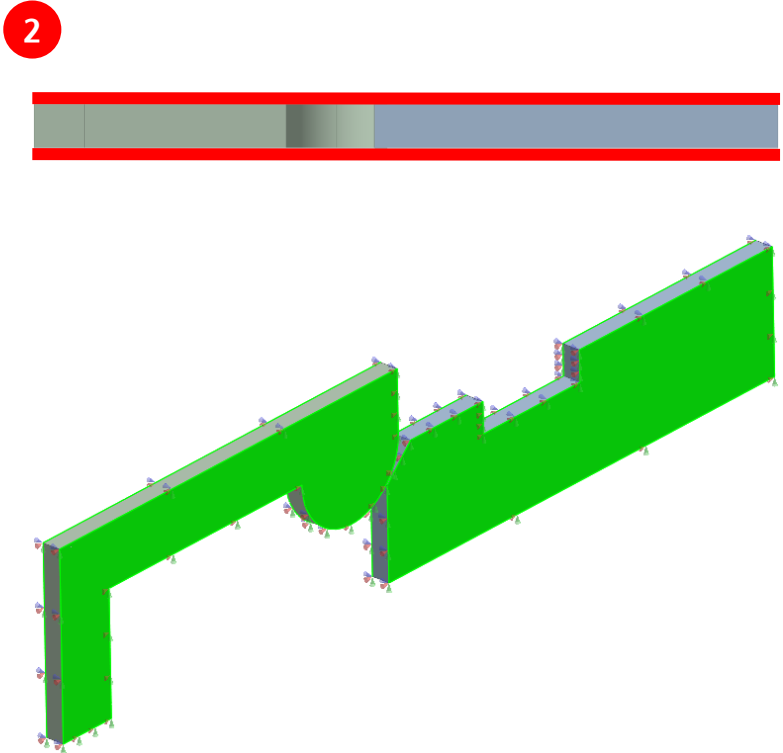
면: ① ? 4개 대상 선택됨

**대칭 조건**

**자유도 구속**

Tx     Ty    ③  Tz

④  [확인]    +    X



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 08



### Clip -STEP 08

- ① [해석조건 > 강제변위] 클릭
- ② 그림을 참고하여 1개의 면을 선택
- ③ [방향 > Tx] 선택
- ④ 48mm 입력
- ⑤ [확인] 클릭

**강제변위 정의** [X]

이름: 강제변위-1

② → 대상선택

방향

③  Tx ④ 48 mm

Ty 0 mm  Ry 0

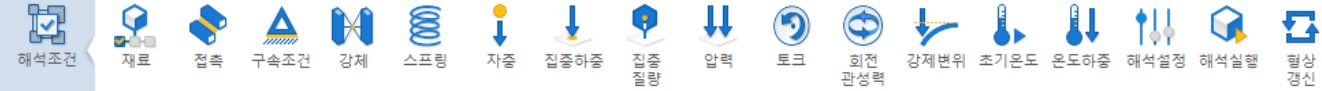
Tz 0 mm  Rz 0

⑤ [확인]

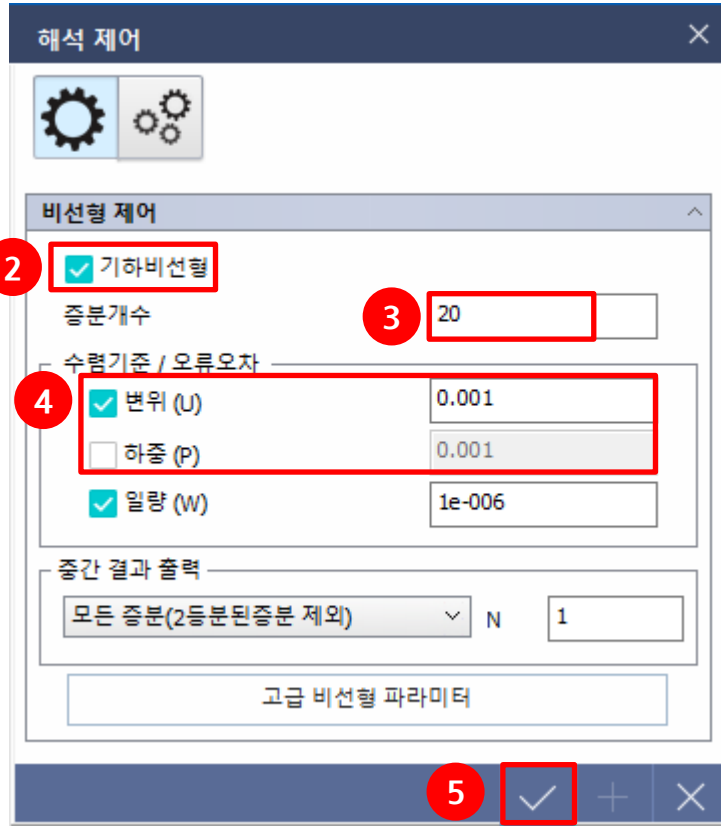
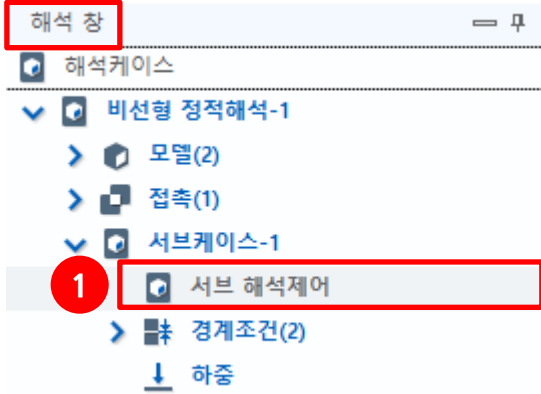


# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 09



- ① [해석 창 > 서브 해석제어] 더블클릭
- ② [해석 제어 > 비선형 제어 > 기하비선형] 클릭
- ③ [증분개수] 20 입력
- ④ [수렴기준/오류오차] 변위(U) 체크 선택  
하중(P) 체크해제
- ⑤ [확인] 클릭



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 10

- ① **파트 2개 중복 선택 후 마우스 오른쪽 버튼 클릭**
- ② **[그리드 정의] 선택**
- ③ **[사용자 정의(길이)] 2mm 입력**
- ④ **[확인] 클릭**

해당 과정은 해석을 빠르게 진행하기 위한 과정입니다. 일반적인 상황에서는 수정을 권하지 않습니다.



모델 설정

- 파트(2)
  - 파트(89) Alloy Steel
  - 파트(60) Alloy Steel
- 재료
- 접촉(1)
- 경계조건(2)
- 하중(1)

Context menu for selected parts:

- 혼자 보이기
- 숨기기
- 이름 변경
- 그리드 정의**
- 삭제
- 재료 할당

그리드 정의

형상: 파트(89)

갭

- 자동-상대 조밀도
  - 높음
  - 중간
  - 낮음
- 사용자 정의(분할개수)
  - X: 45
  - Y: 20
  - Z: 2
- 사용자 정의(길이)
  - 길이: 2 mm
- 형상 표현 세밀도 (낮을수록 보다 정확) (0.1~1) 1
- 형상 맞춤 그리즈 적용
- 적분 정확도 향상

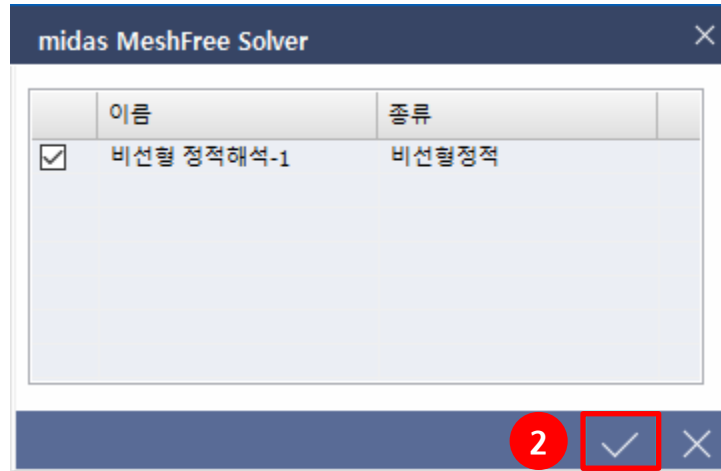
Buttons: Search, Confirm (4), +, -

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip-STEP 11



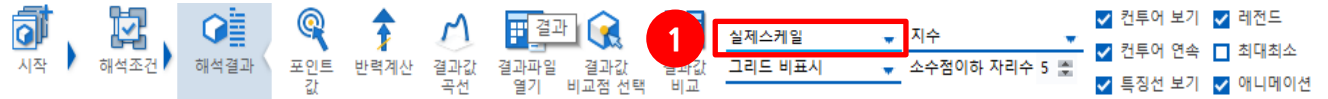
- ① [해석조건 > 해석실행] 클릭
- ② [확인] 클릭



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Clip -STEP 12

- ① [실제스케일] 선택
- ② [결과 > von-Mises 응력] 확인

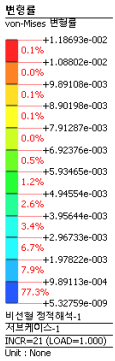
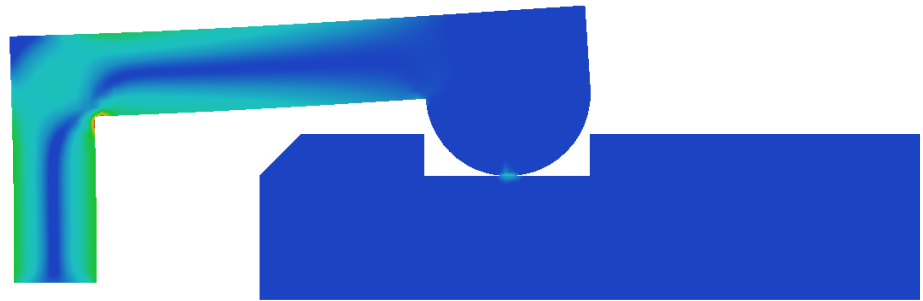


해석조건: 비선형 정적해석-1  
 서브케이스: 서브케이스-1  
 스텝: INCR=10 (LOAD=1.000)

결과:

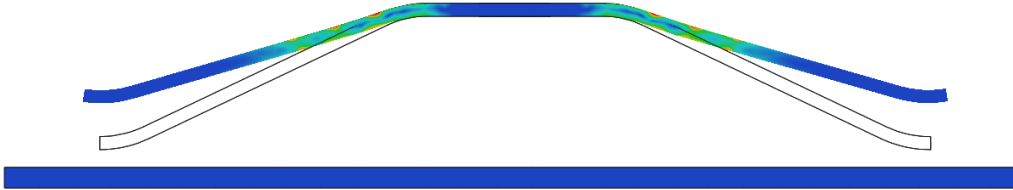
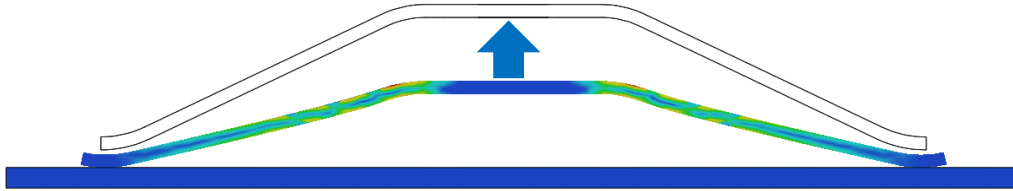
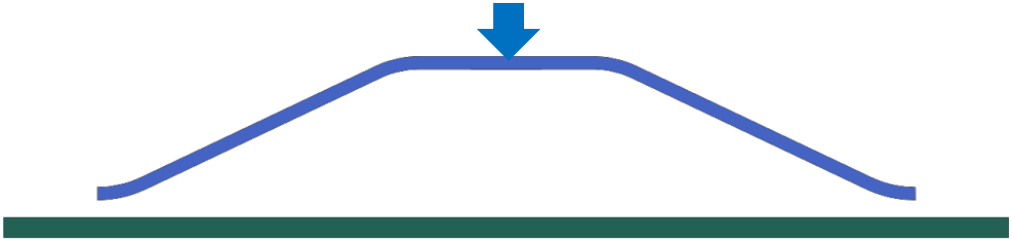
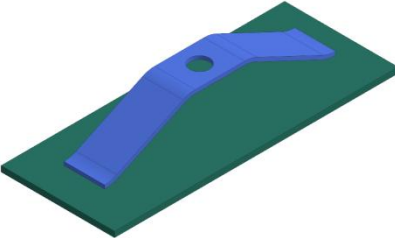
- 전체 변위
- 전체 변위
- von-Mises 변형률
- von-Mises 응력**
- X축 방향 변위
- Y축 방향 변위
- Z축 방향 변위
- 1 주응력
- 2 주응력
- 3 주응력
- 유효 소성 변형률
- 등가 응력
- 접촉 수직력
- 접촉 전단력
- 접촉 압력
- 접촉 전단응력

2



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 00



### [예제 목적]

본 예제에서는 비선형 정적 해석에 사용되는 수동 접촉을 적용하는 방법, 비선형 재료 특성 입력 방법, 서브케이스 사용 방법 및 전반적 프로세스를 확인하고자 합니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 01

- ① [시작 > 해석 케이스] 클릭
- ② [비선형 정적] 클릭
- ③ [확인] 클릭



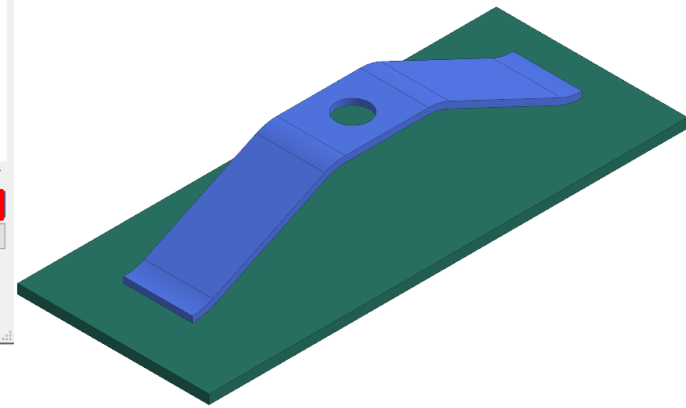
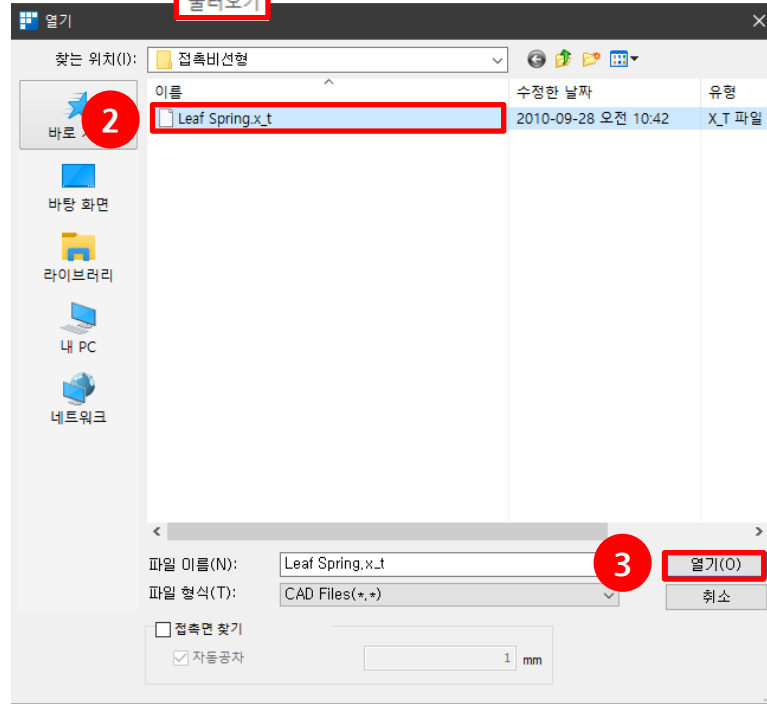
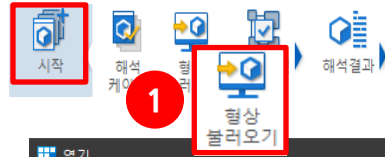
### [비선형 정적 해석]

비선형 정적 해석은 구조물에 가해지는 하중이 점점 증가함에 따라 재료의 특성이 비선형성을 나타내는 재료비선형, 변위 또는 회전량이 커짐으로써 하중의 작용방향과 분포, 크기가 달라지는 문제를 고려하는 기하비선형, 요소간 경계 부분의 비선형이나 경계조건의 변화로 인해 생기는 접촉 등을 고려하는 경계비선형 문제를 해결하기 위한 해석 방법입니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 02

- ① [시작 > 형상 불러오기] 클릭
- ② [Leaf Spring.X\_T] 클릭
- ③ [열기] 클릭



### [CAD Interface]

MeshFree에서 지원하는 CAD Interface는 다음과 같습니다.

Parasolid Files	ACIS Files	STEP Files	IGES Files	Pro-E Files
SolidWorks Files	Unigraphics Files	Inventor Files	Solid Edge Files	CATIA Files

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 03



- ① [해석조건 > 재료] 클릭
- ② [생성] >> [탄소성] 클릭

뒷 장에 이어서 진행됩니다.



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 04



① 아래의 표를 참고하여 재료 데이터 정의

이름	Nonlinear
탄성계수	236339.9
프와송비	0.266d

② [탄소성] 체크

③ 응력-변형률 곡선 [함수 생성] 클릭

뒷 장에 이어서 진행됩니다.

**재료 정의**

All 1

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI\_310\_SS
- AISI\_410\_SS
- AISI\_Steel\_1005
- AISI\_Steel\_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI\_Steel\_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel\_718\_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel\_PH15-5
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD1
- Steel
- Steel\_Rolled
- SUS304
- SUS316
- SUS316L
- Wrought Stainless Steel
- Ductile Iron
- Gray Cast Iron
- Iron\_40
- Iron\_60
- Iron\_Cast\_G25
- Iron\_Cast\_G40

이름 Nonlinear    색상 [Color]

탄소성 2  열전달

구조

탄성계수  N/mm<sup>2</sup>

프와송비

질량 밀도  kg/mm<sup>3</sup>

탄소성

소성경화 곡선

응력-변형률 곡선

경화규칙  3

복합경화 계수 (0.0-1.0)

완전 소성 재료

항복 응력  N/mm<sup>2</sup>

일반

열 응력

열팽창계수

기준 온도  [°C]

질량 비례 감쇠 계수  1/sec

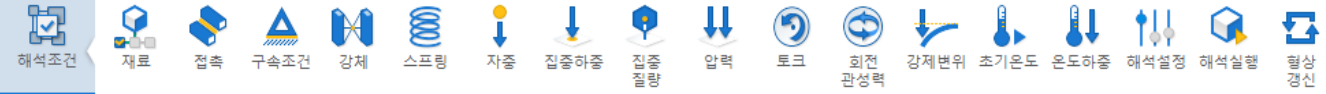
강성 비례 감쇠 계수  sec

구조 감쇠 계수

فلرورق
편집

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 05



- ① 응력-변형률 함수 입력
- ② [확인] 클릭

뒷 장에 이어서 진행됩니다.

0	0
0.0011	264.7
0.004	264.7
0.0084	276.14
0.0181	332.96
0.0317	383.16
0.0457	414.51
0.065	439.14
0.0827	451.17
0.1045	458.31
0.1252	460.5

[복사/붙여넣기]

1

함수 생성/변경

응력변형률함수

이름: 응력변형률함수-1

변형률	응력 (N/mm <sup>2</sup> )
0	0
0.0011	264.7
0.004	264.7
0.0084	276.14
0.0181	332.96
0.0317	383.16
0.0457	414.51
0.065	439.14
0.0827	451.17
0.1045	458.31
0.1252	460.5

500  
400  
300  
200  
100  
0

장 이

0 0.02 0.04 0.06 0.08 0.1 0.12 0.14

변형률

1 스케일값

2

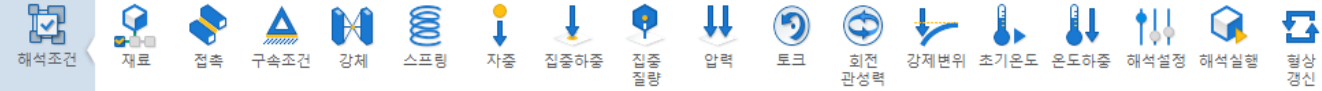
첨부된 엑셀/메모장 데이터 활용

### [함수 입력]

함수는 엑셀, 메모장 등의 텍스트 파일을 복사/붙여넣기를 통해 수월하게 입력 가능합니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 06



- ① 생성한 응력-변형률 함수 지정
- ② [확인] 클릭

**재료 정의**

All | 이름: Nonlinear | 색상: [선택]

17-4PH, H1100  
AISI 1020  
AISI 1060  
AISI 304 SS Annealed  
AISI\_310\_SS  
AISI\_410\_SS  
AISI\_Steel\_1005  
AISI\_Steel\_1008+HR  
AISI 4340 Annealed  
AISI\_Steel\_Maraging  
Alloy Steel  
Cast Alloy Steel  
Cast Carbon Steel  
Cast Stainless Steel  
Chrome Stainless Steel  
FC250  
Galvanized Steel  
Hp-1  
Hp-4  
Inconel\_718\_Aged  
Plain Carbon Steel  
S/Steel\_PH15-5  
SAPH-400  
SE508  
SGACC  
SGACEN  
SGARC340-E  
SGCC  
SGCD1  
Steel  
Steel\_Rolled  
SUS304  
SUS316  
SUS316L  
Wrought Stainless Steel  
Ductile Iron  
Gray Cast Iron  
Iron\_40  
Iron\_60  
Iron\_Cast\_G25  
Iron\_Cast\_G40

블러오기 | 편집

**탄소성 열전달**

구조

탄성계수: 236339.9 N/mm<sup>2</sup>

프와송비: 0.266

질량 밀도: 0 kg/mm<sup>3</sup>

탄소성

소성경화 곡선 [항상] 함수

응력-변형률 곡선 **1** [응력-변형률 함수-1] 함수

경화규칙: [0]

완전 소성 재료

항복 응력: 0 N/mm<sup>2</sup>

**일반 열 응력**

열팽창계수: 0

기준 온도: 0 [°C]

질량 비례 감쇠 계수: 0 1/sec

강성 비례 감쇠 계수: 0 sec

구조 감쇠 계수: 0

**2** [확인]

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 07



- ① [해석조건 > 재료] 클릭
- ② [생성 > 탄소성] 클릭

뒷 장에 이어서 진행됩니다.



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 08



① 아래의 표를 참고하여 재료 데이터 정의

이름	Rigid
탄성계수	2e8
프와송비	0.266

② [확인] 클릭

**재료 정의**

All 1

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI\_310\_SS
- AISI\_410\_SS
- AISI\_Steel\_1005
- AISI\_Steel\_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI\_Steel\_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel\_718\_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel\_PH15-5
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD 1
- Steel
- Steel\_Rolled
- SUS304
- SUS316
- SUS316L
- Wrought Stainless Steel
- Ductile Iron
- Gray Cast Iron
- Iron\_40
- Iron\_60
- Iron\_Cast\_G25
- Iron\_Cast\_G40

블러오기    편집

이름 Rigid    색상           

탄소성 열전달

구조

탄성계수  N/mm<sup>2</sup>

프와송비

질량 밀도  kg/mm<sup>3</sup>

탄소성

소성경화 곡선

응력-변형률 곡선

경화규칙

복합경화 계수 (0.0-1.0)

완전 소성 재료

항복 응력  N/mm<sup>2</sup>

일반

열 응력

열팽창계수

기준 온도  [°C]

질량 비례 감소 계수  1/sec

강성 비례 감소 계수  sec

구조 감소 계수

2

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 09



- ① [모델 설정 > 파트] 확장
- ② [Spring] 우클릭
- ③ [재료 할당] 클릭
- ④ [Nonlinear] 클릭

The screenshot shows the '재료' (Material) panel in the software. The '모델 설정' (Model Settings) icon is highlighted with a red box and a red circle labeled '1'. Below it, the '파트(2)' (Part 2) icon is highlighted with a red box and a red circle labeled '2'. The 'Spring' part is selected, and a context menu is open. The '재료 할당' (Material Assignment) option is highlighted with a red box and a red circle labeled '3'. The 'Nonlinear' material is highlighted in the dropdown menu with a red box and a red circle labeled '4'.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 10



- ① [Plate] 우클릭
- ② [재료 할당] 클릭
- ③ [Rigid] 클릭

모델 설정  
 - [x] 파트(2)  
   - [x] Spring   미할당  
   - [x] Plate   미할당  
 > 재료  
   - [ ] 접촉  
   - [ ] 경계조건  
   - [ ] 하중

(1) [Plate] 우클릭  
 (2) [재료 할당] 클릭  
 (3) [Rigid] 클릭

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 11



### Leaf Spring -STEP 11

- ① [해석조건 > 접촉] 클릭
- ② [수동접촉] 클릭
- ③ [이름 > Contact] 입력
- ④ 그림을 참고하여 Plate의 1개의 면 선택
- ⑤ 그림을 참고하여 Spring의 2개의 면 선택
- ⑥ [범위 > 0.001] 입력
- ⑦ [확인] 클릭

**접촉 정의** ✕

2

③ 이름

선택

1개 대상 선택됨

2개 대상 선택됨

타입

일반 접촉 v

마찰계수

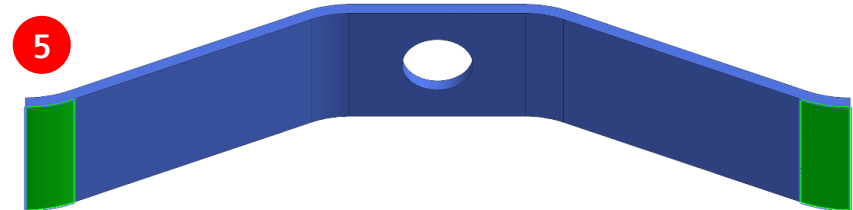
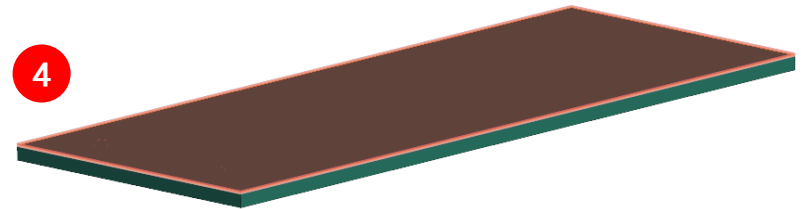
수직 강성 계수

수평 강성 계수

범위

⑥

↶
7
✓
+
✕



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 12



- ① [해석조건 > 구속조건] 클릭
- ② [이름 > Plate\_fix] 입력
- ③ 그림을 참고하여 Plate의 2개의 면을 선택
- ④ [적용] 클릭

구속조건은 면 적용, 완전구속( $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ )이 기본 설정입니다.

**구속조건 정의** ✕

이름

---

선택

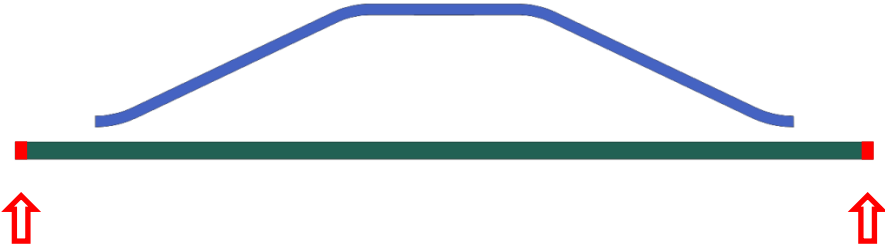
면  2개 대상 선택됨

---

대칭 조건 v

자유도 구속 v

↻
+
✕



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 13



- ① [이름 > Spring\_xy\_fix] 입력
- ② 그림을 참고하여 Spring의 1개의 면을 선택
- ③ [자유도 구속 > Tz] 체크 해제
- ④ [확인] 클릭

**구속조건 정의** ✕

이름

---

선택

면 ②  1개 대상 선택됨

---

대칭 조건

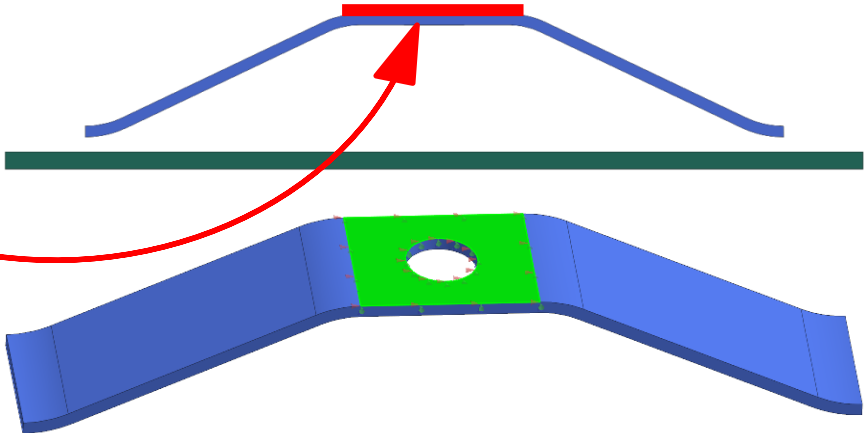
---

자유도 구속

Tx     Ty ③  Tz

---

④  + ✕



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 14



- ① [해석조건 > 강제변위] 클릭
- ② [이름 > Push] 입력
- ③ 그림을 참고해 Spring의 1개 면 선택
- ④ [방향 > Tz > -7.5] 체크 선택 후 입력
- ⑤ [적용 클릭]

**강제변위 정의** ✕

② 이름

③  1개 대상 선택됨

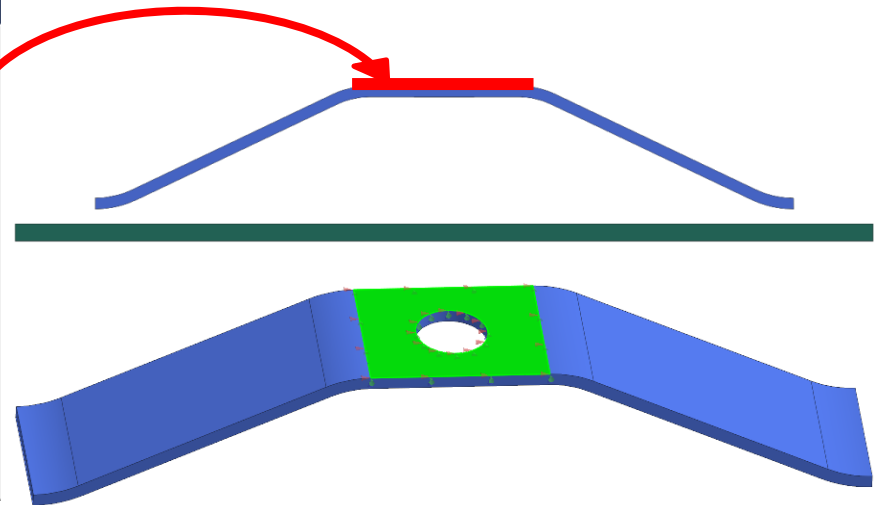
방향

Tx  mm  Rx

Ty  mm  Ry

④  Tz  mm  Rz

⑤



STEP 17에서 다루는 서브케이스-1에서 스프링을 누르기 위한 강제변위입니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 15



- ① [이름 > Pull] 입력
- ② 그림을 참고해 Spring의 1개 면 선택
- ③ [방향 > Tz > 0] 체크 선택 후 입력
- ④ [확인] 클릭

**강제변위 정의** ✕

① 이름

②  1개 대상 선택됨

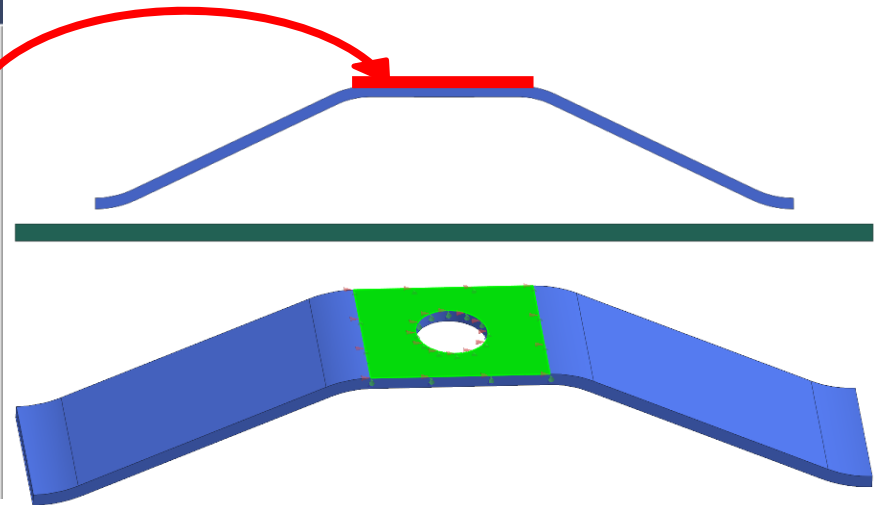
방향

Tx  mm  Rx

Ty  mm  Ry

③  Tz  mm  Rz

④



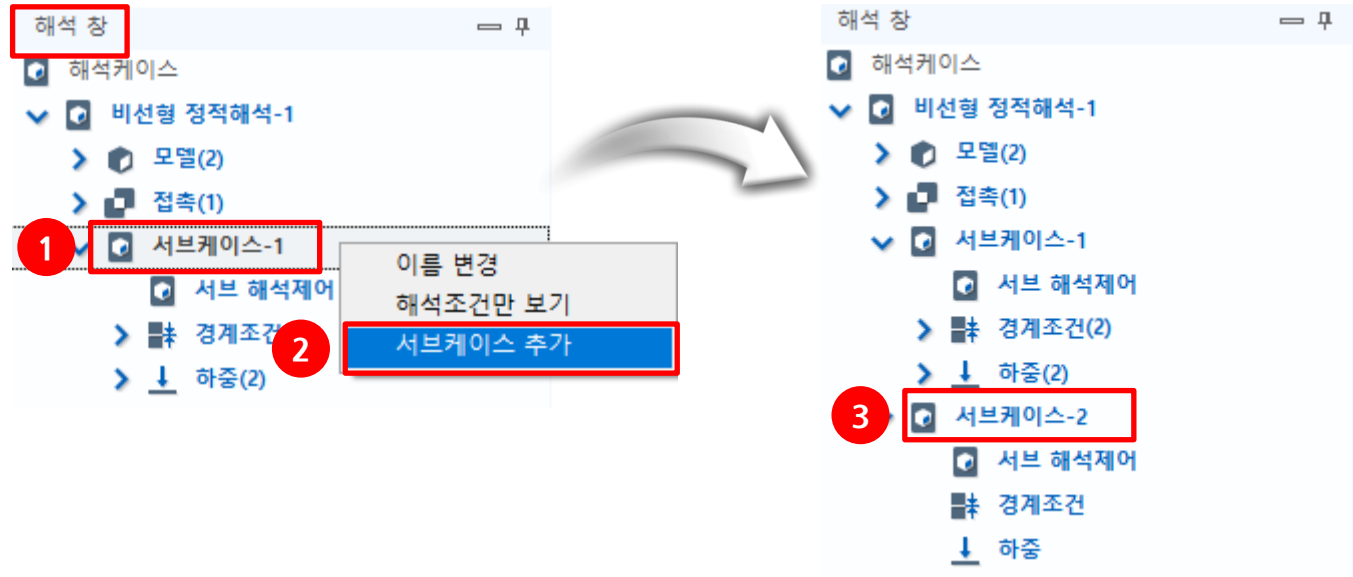
STEP 18에서 다루는 서브케이스-2에서 스프링을 원위치 시키기 위한 강제변위입니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 16



- ① [해석 창 > 해석 케이스 > 서브 케이스-1] 우클릭
- ② [서브케이스 추가] 클릭
- ③ [서브케이스-2] 생성 확인



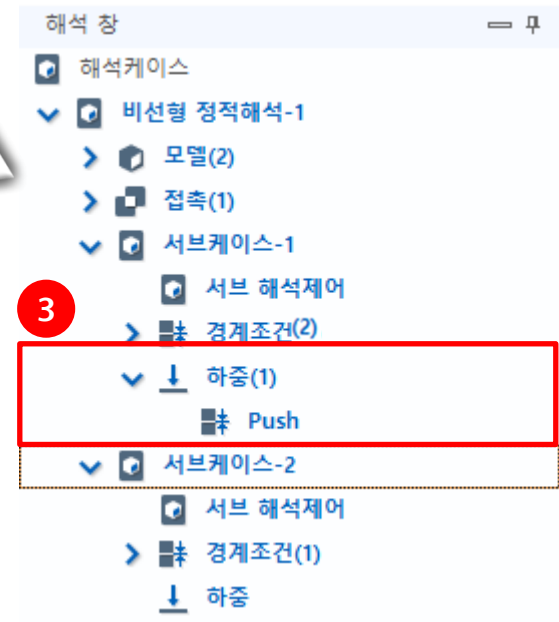
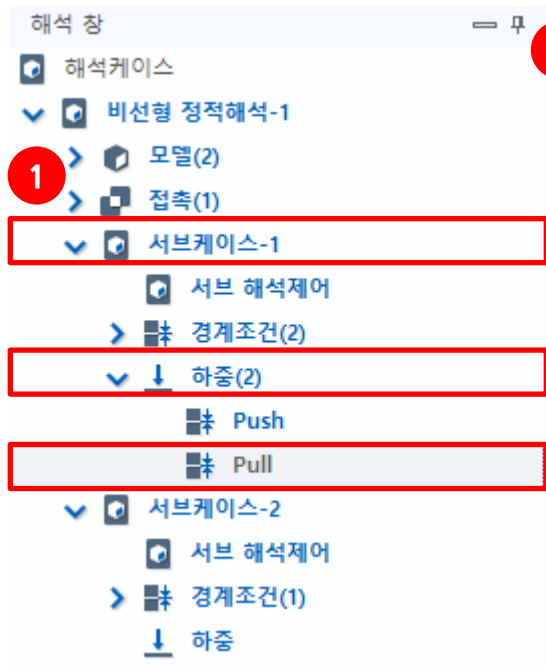
서브케이스-1은 스프링을 누르는 과정, 서브케이스-2는 들어 올리는 과정에 대한 해석을 진행합니다.

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 17



- ① [서브케이스-1 > 하중 > Pull] 선택
- ② Delete 키를 눌러 삭제
- ③ Push 만 남은 것을 확인



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 18



- ① [모델 설정 > 경계조건]을 [해석케이스 > 서브케이스-2 > 경계조건]으로 드래그앤드랍
- ② [모델 설정 > 하중 > Pull]을 [해석케이스 > 서브케이스-2 > 하중]으로 드래그앤드랍
- ③ [서브케이스-2]의 경계조건과 하중이 추가된 것을 확인

모델 장

- 모델 설정
  - 파트(2)
    - Spring Nonlinear
    - Plate Rigid
- 재료
  - Alloy Steel
  - Nonlinear
  - Rigid
- 접촉(1)
  - Contact 일반
- 경계조건(2)
  - Spring\_xy\_fix 구속조건
  - Plate\_fix 구속조건
- 하중(2)
  - Push 강제변위
  - Pull 강제변위

해석 장

- 해석케이스
  - 비선형 정적해석-1
    - 모델(2)
    - 접촉(1)
    - 서브케이스-1
      - 서브 해석제어
      - 경계조건(2)
      - 하중(1)
    - 서브케이스-2
      - 서브 해석제어
      - 경계조건
      - 하중

모델 장

- 모델 설정
  - 파트(2)
    - Spring Nonlinear
    - Plate Rigid
- 재료
  - Alloy Steel
  - Nonlinear
  - Rigid
- 접촉(1)
  - Contact 일반
- 경계조건(2)
  - Spring\_xy\_fix 구속조건
  - Plate\_fix 구속조건
- 하중(2)
  - Push 강제변위
  - Pull 강제변위

해석 장

- 해석케이스
  - 비선형 정적해석-1
    - 모델(2)
    - 접촉(1)
    - 서브케이스-1
      - 서브 해석제어
      - 경계조건(2)
      - 하중(1)
    - 서브케이스-2
      - 서브 해석제어
      - 경계조건(2)
        - Plate\_fix
        - Spring\_xy\_fix
      - 하중(1)
        - Pull

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 19



- ① [해석 창 > 서브 케이스-1 > 서브 해석제어] 더블클릭
- ② [해석 제어 > 비선형 제어 > 기하비선형] 클릭
- ③ [증분개수] 20 입력
- ④ [수렴기준/오류오차] 변위(U) 체크 선택 하중(P) 체크해제
- ⑤ [확인] 클릭

해석 창

- 해석케이스
  - 비선형 정적해석-1
    - 모델(2)
    - 접촉(1)
    - 서브케이스-1
      - 서브 해석제어**
      - 경계조건(2)
      - 하중(1)
    - 서브케이스-2
      - 서브 해석제어
      - 경계조건(2)
        - Plate\_fix
        - Spring\_xy\_fix
      - 하중(1)
        - Pull

해석 제어

비선형 제어

- 기하비선형
  - 증분개수: 20
- 변위 (U) 0.001
- 하중 (P) 0.001
- 일량 (W) 1e-006

중간 결과 출력: 모든 증분(2등분된증분 제외) N 1

고급 비선형 파라미터

5 [확인]

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 20



- ① [해석 창 > 서브케이스-2 > 서브 해석제어] 더블클릭
- ② [해석 제어 > 비선형 제어 > 기하비선형] 클릭
- ③ [증분개수] 30 입력
- ④ [수렴기준/오류오차] 변위(U) 체크 선택 하중(P) 체크해제
- ⑤ [확인] 클릭

해석 창

- 해석케이스
  - 비선형 정적해석-1
    - 모델(2)
    - 접촉(1)
    - 서브케이스-1
      - 서브 해석제어
      - 경계조건(2)
      - 하중(1)
    - 서브케이스-2
      - 서브 해석제어
      - 경계조건(2)
        - Plate\_fix
        - Spring\_xy\_fix
      - 하중(1)
        - Pull

해석 제어

비선형 제어

- 기하비선형
  - 증분개수: 30
  - 수렴기준 / 오류오차
 

<input checked="" type="checkbox"/> 변위 (U)	0.001
<input type="checkbox"/> 하중 (P)	0.001
<input checked="" type="checkbox"/> 일량 (W)	1e-006
  - 중간 결과 출력
 

모든 증분(2등분된증분 제외) N 1

고급 비선형 파라미터

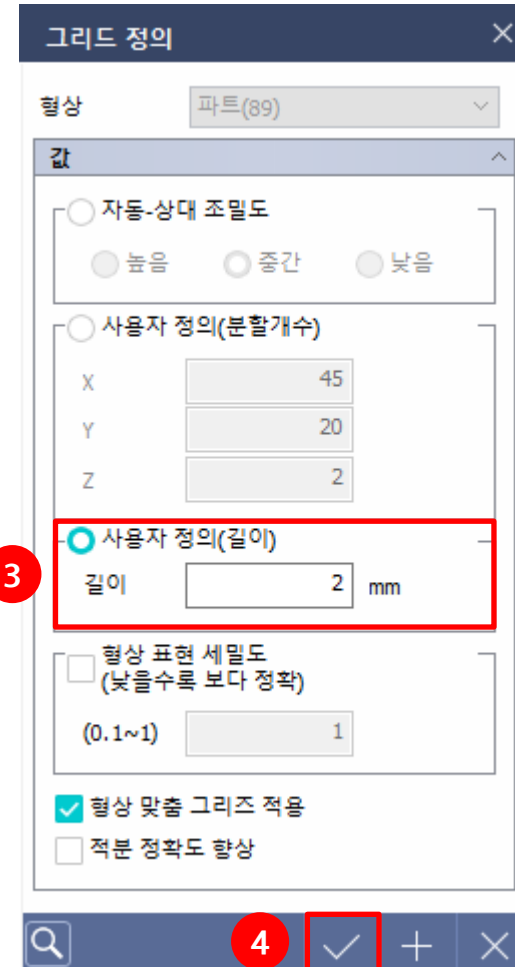
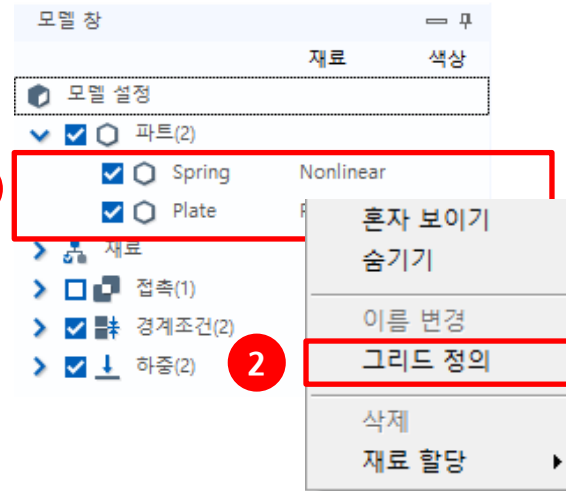
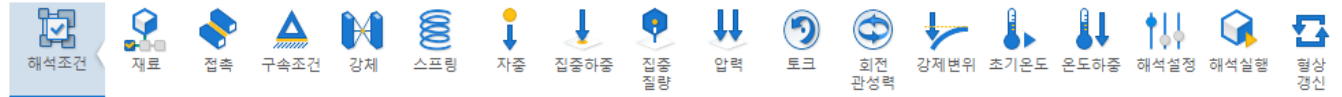
5 [확인]

# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 21

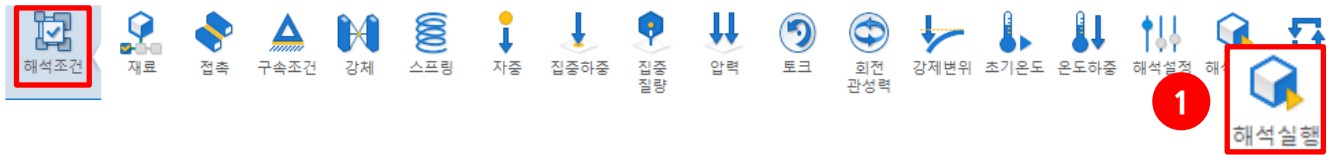
- ① **파트 2개 중복 선택 후 마우스 오른쪽 버튼 클릭**
- ② **[그리드 정의] 선택**
- ③ **[사용자 정의(길이)] 2mm 입력**
- ④ **[확인] 클릭**

해당 과정은 해석을 빠르게 진행하기 위한 과정입니다. 일반적인 상황에서는 수정을 권하지 않습니다.



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 22



- ① [해석조건 > 해석실행] 클릭
- ② [확인] 클릭

midas MeshFree Solver

	이름	종류
<input checked="" type="checkbox"/>	비선형 정적해석-1	비선형정적

2
✓
✕

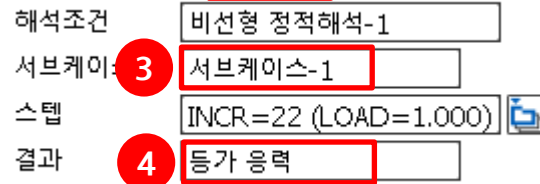
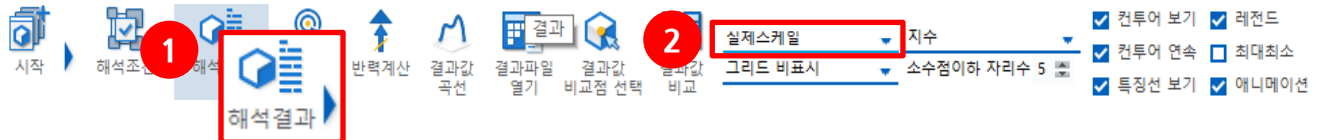
# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 23

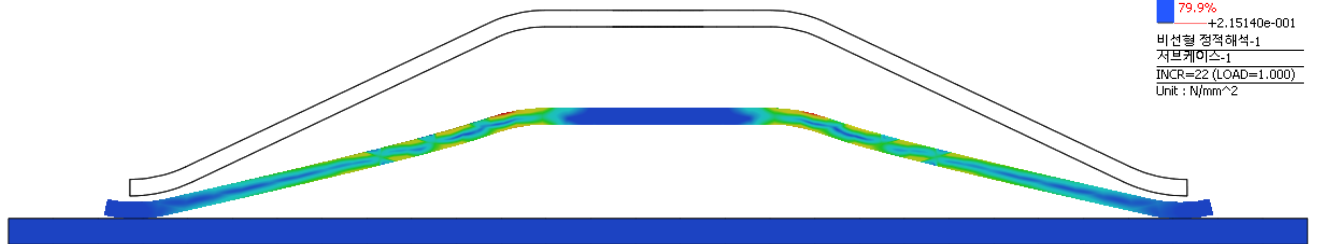
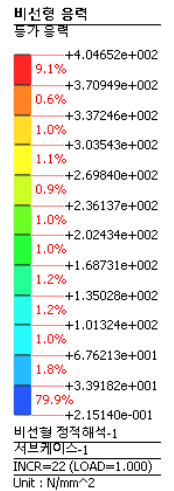
- ① [해석결과] 선택
- ② [실제스케일] 선택
- ③ [서브케이스 > 서브케이스-1] 확인
- ④ [결과 > 등가 응력] 클릭

접촉이 시작되는 하중증분에서 수렴이 여의치 않아 자동으로 하중을 재분할(Bisecting)하여 해석이 진행됩니다.  
 때문에 정의한 증분개수와 해석 결과의 실제 증분은 다를 수 있습니다.

재료비선형 해석의 경우에는 반드시 등가응력을 확인해야 합니다.  
 일부 부분에서 항복응력을 넘어선 소성구간에 들어선 것을 확인할 수 있습니다.



- 컨투어 보기  레전드
- 컨투어 연속  최대최소
- 특징선 보기  애니메이션



# 비선형 정적 해석 (접촉 비선형)

## Leaf Spring -STEP 24

- ① [실제스케일] 확인
- ② [서브케이스 > 서브케이스-1] 선택
- ③ [결과 > 등가 응력] 확인

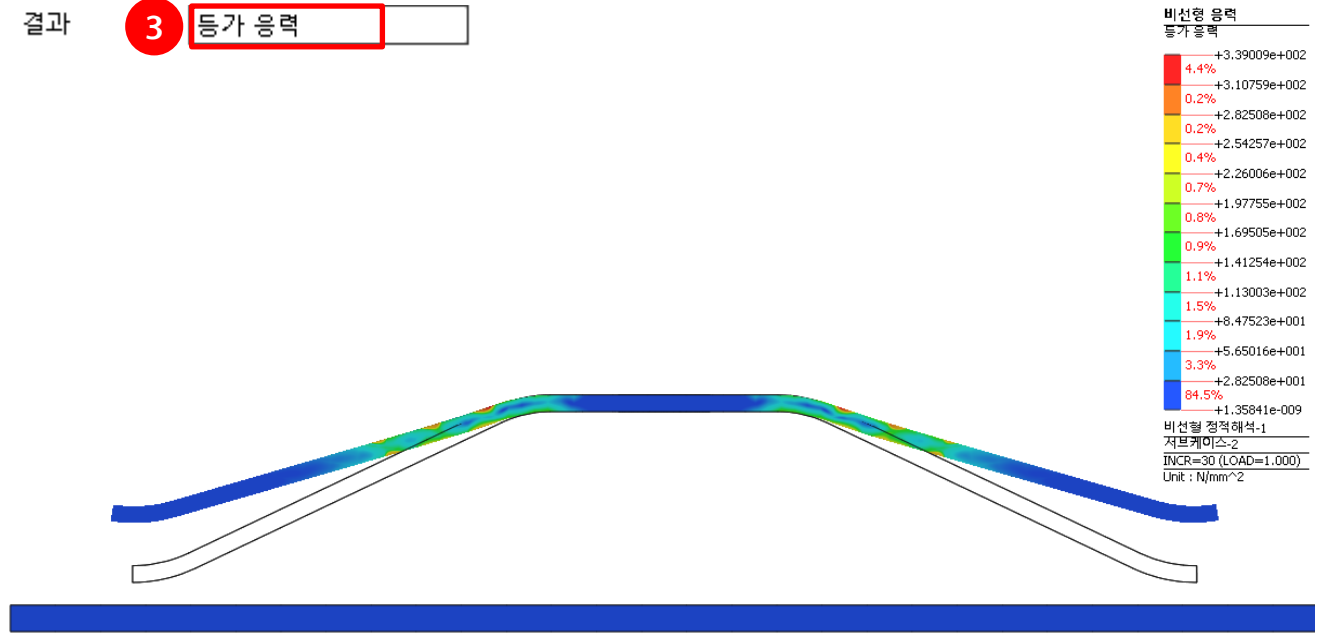


해석조건: 비선형 정적해석-1

서브케이스: ② 서브케이스-2

스텝: INCR=30 (LOAD=1.000)

결과: ③ 등가 응력



재료비선형 해석의 경우에는 반드시 등가응력을 확인해야 합니다. 일부 부분에서 항복응력을 넘어서 소성구간에 들어선 것을 확인할 수 있습니다.